FERRARIS

LEZIONI

DI

ELETTROTECNICA

1889-90

Appunti delle lezioni di Elet-
trotecnica tenute da Galileo
Ferraris nel 1889-90

(presi durante le lezioni
dall' ing. Luigi Errera)

Lezione 1ª

Campi di forze: Certe parti dello spazio che sono tali che basta portare in un loro punto qualunque un corpo in determinate condizioni per vedere che su quel corpo sono esercitate forze determinate. Queste parti diconsi campi di forze.
Un campo di forze per quanto si sa illimitato è quello della gravità: lo spazio è il campo delle forze di gravità. La forza che il corpo subisce dipende da questo e dalla posizione. Supponendo che il corpo sia un punto materiale la forza è unica (risultante) che dipende dal corpo e dalla sua posizione. Paragonando le forze che diversi p.m. subiscono se portati in un medesimo punto si possono paragonare le masse uguali se le forze sono uguali, m/n se le forze stanno come m/n.
Determinati i rapporti delle masse di vari corpi, si possono rappresentare con numeri rispetto alla massa di uno, preso per unità.
Se si fa viaggiare uno stesso p.m. in un campo di forze, in ogni posizione si ha in generale una forza differente. Si può rendersi conto della distribuzione della forza nel campo. Se la massa di prova è quella scelta per unità, la intensità della forza dicesi la intensità del campo o forza in quel punto.
La direzione della forza è direzione del campo.
Alcuni campi agiscono in condizioni assai generali (gravità) altri in condizioni speciali. Le condizioni speciali si enumerano volta per volta. Per ora, per stare sulle generali, diremo che il corpo considerato contiene un agente che esprime solo che il corpo si trova nelle condizioni speciali per le quali ~~una~~ su di esso agiscono

le forze nel campo considerato.

Senza dare un significato fisico all'agente possiamo considerarlo come una grandezza matematica, considerandolo come le masse o della gravità.

Se due corpi diversi portati in un medesimo punto sono soggetti a forze uguali si dice che contengono uguali masse di agente. Se le forze stanno come $\frac{m}{n}$ si dice pure che le masse stanno come $\frac{m}{n}$.

Se si usa una massa di prova scelta per unità la intensità e direzione della forza di cui direzione e intensità del campo (o forza in quel punto)

Si trova sempre che quando una massa è in punto, la forza può agire sopra una sola retta. Nella gravità tale direzione è la stessa per tutti i corpi; per altri agenti può trovarsi che la forza sia diretta secondo le due direzioni della retta, AP o AP'. Si conviene che siano positive le masse sollecitate in una delle direzioni, negative quelle sollecitate nella altra. La massa scelta per unità dà la direzione positiva.

P ← A → P'

T, B, A', A

Se in punto A di un campo esiste una massa 1 di agente. Se la direzione e intensità nel campo in A sono rappresentate da $AP = f$ si dirà che la massa 1 è soggetta ad f. Supponiamo che la massa venga in A', essendo AA' infinitesimo $= ds$.

Il lavoro sarà

$$A\; f\cos\vartheta\, ds$$

Riferendosi a 3 assi $f(X, Y, Z)$, $ds(dx, dy, dz)$ si ha il lavoro elementare

$$X dx + Y dy + Z dz \quad (2)$$

Se il punto 1 percorre una linea AB di cui ds è il suo elemento, il lavoro di f sarebbe

$$\int f\cos\vartheta\, ds = \int (X dx + Y dy + Z dz) \;\; 1.0$$

In generale $Xdx + Ydy + Zdz$ (2) non è un differenziale totale di una funzione di x, y, z e quindi la integrazione non si può fare se non è data AB per poter eliminare due delle variabili x, y, z.
Ci sono dei casi nei quali ciò avviene, quando cioè

$$\frac{dY}{dz} - \frac{dZ}{dy} = 0 \quad \frac{dZ}{dx} - \frac{dX}{dz} = 0 \;, \quad \frac{dX}{dy} - \frac{dY}{dx} = 0$$

Ciò vuol dire che (1) si può fare anche senza che sia data la linea AB, purchè dati i valori di (1) per i punti A e B.
Questo caso è il caso che si presenterà quasi sempre.

Energia è un lavoro disponibile; può essere cinetica o potenziale.
Supposto (2) un differenziale totale la esistenza della massa 1 nel campo dà luogo ad una energia che si trasforma in lavoro quando la massa si muove.
Questo lavoro è rappresentato una diminuzione dell'energia. Se il lavoro è infinitesimo la diminuzione δ dell'energia potenziale è pure tale.
Se V è una funzione di x, y, z rappresentante la energia a meno di una costante, il lavoro è $-dV$ e si ha

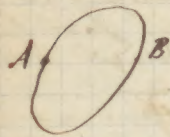
$$f \cos \vartheta \, ds = -dV$$

che si può sempre scrivere se (2) è differenziale totale.
Se la massa va da A a B si ha

$$\int f \cos \vartheta \, ds = V_A - V_B$$

La funzione V dicesi potenziale, rappresenta a meno di una costante arbitraria la energia potenziale esistente per il fatto della presenza della massa 1 nel campo.
Osservazione. Se il campo è ottenuto e mantenuto senza spesa di lavoro, il potenziale è certamente una funzione monodroma, che ha per ogni punto dello spazio un solo valore.
Cioè se la massa viene da A a A seguendo

ABA

-do una linea chiusa per V che prima aveva il valore V_1 riassume lo stesso valore.

Infatti se ciò non fosse si tratterebbe delle linee percorrendo le quali V_1 diventa V_1', si ha

$$V_1 - V_1' \gtrless 0 \quad *$$

uguale a un certo valore. Se la massa gira indefinitamente si può produrre lavoro senza spenderne, il che è assurdo.

Si hanno campi ove si manifestano a spesa di energia. In questo caso il ragionamento fatto non vale più, ed è possibile che in un medesimo punto V abbia differenti valori.

Supponiamo esiste un potenziale V (funzione delle coordinate).

$$V = A \quad (\text{cost.})$$

è l'equazione di una superficie, in tutti i punti della quale il potenziale è costante. Diconsi equipotenziali.

Se un punto contenente una massa 1 si trovi su una tale superficie, e da questa gli si imprima uno spostamento infinitesimo la variazione di V sarà nulla e quindi il lavoro fatto dalle forze è nullo: la forza è quindi normale alla superficie. Le superfici equipotenziali sono quindi le superfici di livello nel campo della gravità.

Per ogni punto del campo si può far passare una superficie di livello. Se queste superficie sono disegnate si ha una rappresentazione del campo, che dà in ogni punto del campo la direzione della forza (esattamente o approssimativamente). Si ha pure un'idea dell'intensità. Se si suppone infatti che la massa 1 percorra un tratto dn di normale, il lavoro sarà

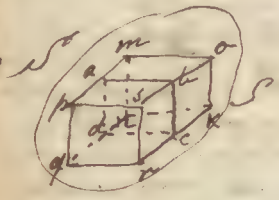
---

* Si può far sempre $V_1 > V_1'$ scegliendo la direzione del moto.

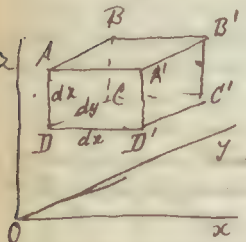
ma la somma

$$\int f_n\, ds = \int f \cos\vartheta\, ds$$

estesa alla intera superficie.

Supponiamo che nel C. si abbia una superficie chiusa limitante una porzione di C. Si si assuma come > 0 la direz. dall'interno all'esterno. Il flusso di forza si dice uscente se la direz. è +; quello in senso opposto *entrante*.

La forza sia distribuita in modo continuo, cioè le comp.ti X, Y, Z sono allora funz. continue delle coordinate dei punti in tutto lo spazio S. Allora si può ammettere che se lo spazio S è diviso in un certo numero di parti, il flusso di forza uscente dal S sia uguale alla somma dei fl. di f. uscenti dalle singole parti. Siano abcdpqrs, abcdmnok due di queste parti, la somma dei flussi che traversano la superficie di divisione abcd, uscendo dall'una e entrando nell'altra parte di spazio sono = ug. e di segni opposti, la somma è zero. Lo stesso si dica di tutte le superfici dividenti le parti nelle quali è diviso lo spazio interno quindi solo le superfici costituenti l'involucro esterno di S.

Se in una regione di C considerato il flusso di forza uscente è = 0 si dice che la distribuzione delle forze è solenoidale.

Condizione di Solenoidalità. Sia un prisma infinitesimo coi lati paralleli agli assi. Siano X, Y, Z le componenti della forza. Il fds entrante per ABCD sarà

$$X\, dy\, dz$$

quello uscente per A'B'C'D'

$$\left(X + \frac{dX}{dx} dx\right) dy\, dz$$

sommando (1) da (2) si ha il fds. uscente

$$\frac{dX}{dx}\, dx\, dy\, dz.$$

Analogamente si avrà

$\frac{dY}{dy}\, dx\, dy\, dz$ per le facce AA'DD', BB'C'C.

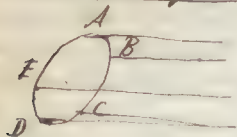
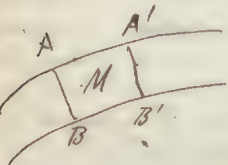
e $\frac{dZ}{dz}\, dx\, dy\, dz$ " " " DD'C'C AA'B'B

Il f.d.f. totale sarà

$$\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) dx\,dy\,dz$$

e la condizione di distribuzione solenoidica

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

Tubo di forza. Sia una linea chiusa ABC... Il luogo delle linee di forza passanti per i suoi punti si dice: tubo di forza.

Consideriamo un C. a distribuzione solenoidale ed in esso ~~consideriamo~~ un tubo di forza. Di questo consideriamo un tronco M fra due sezioni fatte fra due superficie qualunque AB, A'B'.

Essendo ~~con~~ la dist. delle forze solenoidale, la ~~dis~~ il f.d.f. uscente da M è = 0. Ma traverso le pareti del tubo il f.d.f. è = 0 perchè la direz. delle forze è sempre tg. alla superficie del tubo. Quindi i f.d.f. traverso AB e A'B' sono uguali e di segni contrari, dall'est. all'int.

Si deduce che: Il flusso di forza traverso un t.d.f. ha un valore costante per tutte le sezioni. (come nel moto ~~permanente~~ dei fluidi).

Il valore del f.d.f. traverso un C. dipende dalla sez. del tubo. Scegliendo la ~~unità di~~ ~~for.~~ come unità il f.d.f. traverso una data sezione, si ha il tubo unità (sempre sotto condizione di solenoidità), cioè il tubo lungo il quale passa un f.d.f. 1.

Un C. qualunque può considerarsi formato di tubi unità, e quindi essere espresso con un numero.

Tutto lo spazio del quale si ha la condiz. di solenoidità si può ~~tanti tubi unità~~ immaginarlo diviso in tanti tubi-unità, che riempiono tutto lo spazio ed avere così la una rappresentazione della intensità del C.

Se in un ~~t.d.f.~~ C si ha una superficie il flusso di f attraverso la med. sarà dato dal numero di tubi unità che la traversa. Esso dipende quindi dal contorno, non dalla forma della

superficie. Se la superficie è chiusa il numero di tali è = 0. — Fili di forza

Si si immagina dei tubi di unità ~~di forza~~ ~~supponendo~~ nei quali è divisa una superficie, tubi di tale diventano tanto sottili che la loro sezione si riduca ad un punto, si avrà nelle linee ottenute una rappresentazione del campo.

Infatti per avere la intensità del ~~un~~ f.d.f. che traversa un tubo ad una superficie di livello basterà contare il numero dei f.d.f. che la traversano. Dividendo il f.d.f. così calcolato per l'area della superficie di livello si ha il valore medio della f.d.f. in quella superficie.

Se la superficie è così piccola che la forza varî pochissimo da un punto all'altro il valore medio è il valore della forza. Se la superficie è 1 il numero delle l.d.f. ci dà il valore medio della forza: dove le linee sono più fitte la forza è più grande, dove meno, meno.

Abbiasi in un C solenoidale un t.d.f. di sez. infinitesima. Supponiamo in esso due sezioni ~~[illegible]~~ di area a ed a' che siano parti di due superficie di livello e siano f, f' i valori delle forze medie. I f.d.f. saranno af, $a'f'$ e se la distr. delle forze è solenoidale

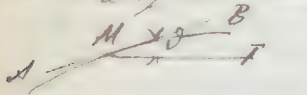
$$af = a'f' \qquad f : f' = a' : a$$

L'int. del campo varia in ragione inversa della sezione del tubo. Se un tubo di forza ha sez. costante la intensità è uguale in tutti i suoi punti.

Campo ove le linee di forza sono rette parallele. In questo campo la direz. è costante. Tale è pure la intensità; infatti in esso le sup. di livello sono piani perpendicolari alla direzione, e quindi la dist. fra due sup. di livello è costante in ogni suo punto. Si immagina due superficie distanti dn e sia dV la differenza di potenziale. $\frac{dV}{dn} = f$ sarà costante per tutti i punti della superficie. Se si considera un tubo di forza qualunque, essendo esso a sez. costante, è tale in

che la forza. Quindi si conclude che l'intensità è cost. in ogni punto del campo. Questo C. dicesi <u>campo uniforme</u>.

Lez. III

Lezione IV 1 27 - 11 - 84

Molte delle cose dette con le forze si possono dire per altre grandezze matematiche.

Le grandezze possono essere di due specie. Quelle che si definiscono con un solo dato (massa, densità, calore specifico, potenziale) si dicono scalari. Altre grandezze devono essere definite da tre dati, sono quelle che hanno una direzione (velocità, forza) si dicono vettori o grandezze vettoriali.

Qualunque di queste grandezze può essere trattata come una forza, applicandovi quanto fu detto. Così si ha il campo di una data grandezza vettoriale. Si prenda una linea AB in cui f sia il valore del vettore di ... dal vettore con la tg: può essere

A M x B

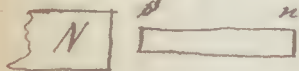
eseguito sulla linea data la linea AB, e allora si dice potenziale del vettore considerato. Alcuni dicono invece integrale lungo la linea. Se esiste un potenziale per un dato punto può avere uno o più valori. Quando esiste un potenziale si possono considerare le superfici V = cost. equipotenziali o di livello. Il valore del vettore in un dato punto si deduce da V come per le forze. Così si possono considerare le linee di flusso corrispondenti alle linee di forza. Si hanno così i tubi di flusso, e $\int f_n ds$ dicesi flusso del vettore traverso la superficie. Si può avere pure per un vettore la distribuzione solenoidale, e le proprietà conseguenti.

Fenomeni magnetici.

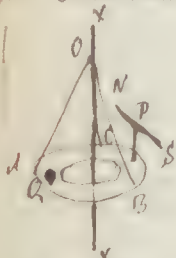
Alcuni corpi possono presentare od acquistare la proprietà di attrarre il ferro. Fe_3O_4, ferro e suoi carburi, Cobalto, Nichelio, Cromo, ... molti altri corpi. Questi corpi diconsi magnetici. Senza fare ipotesi sulla natura dei fenomeni magnetici, si può dare un nome alla loro causa: la diremo magnetismo. e dire che un corpo contiene magnetismo per dire che è magnetizzato. Tutti i corpi della natura messi in presenza di calamite possono presentare fenomeni

magnetici; ma le forze che li manifestano sono tanto deboli in confronto di quelle manifestate dai corpi indicati sopra, che questi sono i soli che meritano considerazione in un corso industriale. Si possono fare delle calamite artificiali, temporanee e permanenti. Una calamita artificiale può darsi ~~strada~~ ricevere la forma più conveniente per lo studio dei fenomeni. Sia essa prismatica o cilindrica, con sezione assai piccola in confronto della lunghezza. Se si immerge nella limatura di ferro, questa forma dei fiocchi, più lunghi e densi, verso le estremità. La proprietà di attrarre il ferro si manifesta massima alle estremità, nulla nel mezzo; il magnetismo sta soprattutto alle estremità, si ha una certa sezione ove non si ha magnetismo. Si ha inoltre che le due estremità hanno proprietà diverse. Una calamita sospesa liberamente, essa si orienta, con una estremità verso il Nord, l'altra verso il Sud, che sono sempre le stesse. Le distinguiamo coi nomi dei punti cardinali. Si potrà dire che il magnetismo delle due estremità non è di natura uguale, diremo uno magnetismo sud l'altro ~~nitmo~~ nord. — Le differenze di specie di magnetismo si ~~distruggono~~ constatano avvicinando due calamite. Le estremità con magnetismo di ugual nome si respingono, quelle con magnetismo di nome opposto si attraggono.

Influenza magnetica. Un pezzo di sostanza magnetica avvicinato ad una calamita diventa pure una calamita, col magnetismo distribuito come in figura.

N s n

Da tale fatto si deduce che è impossibile fare le esperienze nominate prima senza magnetizzare i corpi che si provano per fare le esperienze stesse. Si hanno sempre due o più calamite in presenza, mai una calamita e un corpo non magnetizzato.

Se una calamita portata in uno spazio è soggetta a forze si dice che quello spazio è un C. magnetico. Tali corpi devono contenere l'agente detto magnetismo. Gli studi dei fenomeni magnetici si rendono complessi per la molteplicità delle forze. Però adoperando calamite assai lunghe e sottili si può tener conto solo delle ~~...~~ forze sviluppate per le estremità più vicine. Il Coulomb

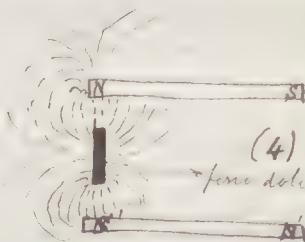
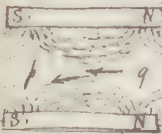
-componenti, eguale alla somma, passante per un
punto fisso del corpo detto centro delle forze.
Applicando ciò al teorema alle forze applicate
sulle masse N, si avrà una risultante u-
guale alla loro somma, passante per un centro.
Lo stesso dicasi per le forze sollecitanti le masse S.
In questi due punti fissi si può immaginare concen-
trato tutto il magnetismo esistente nella cala-
-mita. Questi due punti si dicono **poli**.
Quando una calamita è fuori di un campo magnetico
uniforme non si possono considerare **poli**.
La calamita tende ad orientarsi per modo che
i poli si trovino su una stessa retta in di-
rezione del campo; e se le due forze agenti sulle
due masse N e S sono eguali danno luogo ad una cop-
pia; se non sono eguali danno luogo ad una
risultante eguale alla differenza. Sperimentando nel
campo magn. terrestre si verifica avvenire il
1° caso - Se non fosse O si scomporrebbe in
due: una orizz. l'altra verticale.
La verticale è nulla, come si prova pesando una
calamita e poi ripesandola smagnetizzata, perchè
si trova che il peso non varia.
La orizzontale è nulla. Lo si dimostra ponendo
una calamita su un galleggiante: quando ella è o-
-rientata non tende più a muoversi. Esperimenti più
delicati provano lo stesso. P. es. si sospende a un
filo verticale XX si sospende con tre fili un disco sottile
per modo che stia orizzontale. Sul disco
si colloca una calamita portata da una
punta P e si equilibri col contrappeso
Q. Si porti P nel piano passante
per XX perpendicolare a NS, allora
il ~~[illegible]~~ momento della forza
rispetto a XX è piccolissimo e essendo [illegible]
il disco mobilissimo si muoverebbe anche
una forza piccolissima.
L'uguaglianza delle forze applicate ai due punti N e S ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ ci fa concludere che lo sono anche le masse magne-
-tiche. La quantità totale di m. contenuta in una ca-
-lamita è sempre = 0. ~~Quando la magnetizzazione [illegible]~~
~~[illegible]~~
La calamita collocata in un campo magnetico uniforme
è ridotta col pensiero a due punti (poli) di ~~una calamita~~

...stelume, ma in molte applicazioni sufficiente è l'uso degli spettri magnetici, coi quali si può fare una sezione orizzontale del c.d.f.

(1)

In N e S le l.d.f. non compaiono perchè sono perpendicolari al foglio. Le ldf partono da un punto esterno della calamita per arrivare in altro punto. Le ldf non sono linee ~~aperte~~ ma si chiudono nell'interno della calamita.

(2)

(4)

ferro dolce

(3)

In p e q la intensità è 0.

Nello stato attuale della scienza ripugna l'idea di forze che si esercitano a distanza, senza l'intervento di un mezzo. Per le forze magnetiche ed elettriche si ha la certezza, per quanto può aversi in fenomeni fisici, che le azioni si ~~esercitano~~ trasmettono per un mezzo e con una velocità determinata (quella della luce). Faraday nella esposizione delle sue ricerche sperimentali si trovò forzato ad adoperare un linguaggio basato sulle idea della distanza di questo mezzo. Questo linguaggio è generalissimo e quanto più si estende la scienza. Il Maxwell che completò l'opera del Faraday, dando ai concetti di questa forma rigorosamente matematica, fa vedere che l'energia dovuta alle forze della

energia che si può esprimere non solo con integrali estesi a porzioni dello spazio occupate da corpi che si attraggono o si respingono (forze d'attrazione) ma estesi anche a parti di spazio non occupate dai corpi (spazi intermedi). Ciò fa la probabilità che questa energia già risieda in questi spazi intermedi. Il Maxwell studiando quali dovrebbero essere le condizioni del mezzo perchè le forze elettromagnetiche fossero quali risultano dall'esperimento, trovò che questo mezzo si deve trovare nelle condizioni di deformazione forzata, come un corpo ~~del~~ elastico (stress), ~~deformazioni~~ soggetto ad una tensione nella direzione delle linee di forza, e ad una compressione in direzione normale alle linee di forza (cioè alle superficie di livello). Il Faraday aveva intravvisto queste idee, e se sono vere si possono figurare i tubi di forza come esistenti materialmente; sarebbero porzioni del mezzo soggette a tensione nella direzione delle l.d.f. e a compressione in senso trasversale: il filo di forza è un elemento che tende a raccorciarsi e rigonfiarsi. Una l.d.f. è uno di tali fili infinitamente sottili.

In questo ultimo enunciato si ha un mezzo per bene interpretare i campi magnetici. Il Faraday aveva infatti data la regola: le l.d.f. tendono sempre a raccorciarsi e si respingono mutuamente.

Nell'esempio (2) le due calamite si attraggono tirate dalle l.d.f. interposte fra loro che si possono supporre fili elastici tesi. Nell'esempio (3) le l.d.f. interposte, assai frequenti, si respingono: le calamite si respingono.

(5)

N S

Nell'esempio (5) con un pezzo di ferro dolce se le linee tendono a raccorciarsi, il pezzo di ferro tende a rotare fino a venire nella posizione di (4)

Lez. VI 2-12-89

Qualunque porzione di calamita, anche infinitamente piccola, è una calamita.

Magneti uniformi è quelli che si può immaginare composti di infiniti elementi uguali tutti di una intensità, direzione e momento.
La direzione comune dicesi direz. della magnetizzazione. Il mom. magnetico totale è uguale alla somma dei momenti magnetici degli elementi. Due porzioni qualunque della calamita avente il medesimo volume contengono ug. numero di calamite elementari e quindi hanno uguale mom. magnetico. Il mom. magnetico della unità di volume è costante. Dicesi intensità della magnetizzazione. Che si dice anche il quoziente fra il mom. magnetico ed il volume cui si riferisce $I = m : v$.
Un magnete uniforme è comp. definito quando oltre le sue dim. geometriche sono date la direzione ed I.
Sia un magnete uniforme prismatico o cilindrico, con l'asse parallelo alla direz. della magnetizzazione XX.
~~Magneti magneti elementari~~ - Si consideri uno dei magneti elementari; se senza modificare la dist. dei poli fosse S si potesse spostare il N verso S, potrebbe farsi che la massa magnetica N venisse a coincidere con la S: allora le forze si elid.-

in N si distribuirà uniformemente su CD ammettiamo una risultante applicata nel centro di figura N di CD uguale alla somma delle forze elementari; lo stesso si dica per la faccia AB per in mS. — S e N saranno i poli. La lunghezza della calamita è quindi la lunghezza del prisma AC. Il mom. magnet. sarà

$$u = ml$$

Sia a l'area di una sezione retta del prisma. Il volume sarà $v = al$. Si ha

$$\frac{u}{v} = I = \frac{m}{a}$$

ovvero

$$Ia = m$$

L'intensità della magnetizzazione è uguale alla quantità di magnetismo distribuita per unità di superficie della base CD ovvero alla quantità di magnetismo che traversa l'unità di superficie della sezione retta del prisma all'atto dello spostamento.

Magnetizzazione non uniforme. Supponiamo che la variaz. della magnetizzazione sia uniforme. La calamita si può allora supporre decomposta in elementi abbastanza piccoli perchè dentro ciascuno la magnetizzazione si possa considerare uniforme.

Sia ABCD uno di questi elementi comprendente il punto P. Detto du il mom. mag. di ABCD dv il volume, si avrà la intensità in P

$$I = \frac{du}{dv}$$

Intensità della magn. in un punto è il limite di $\frac{du}{dv}$ mentre dv tende a zero.

Si può attribuire a ABCD la forma prismatica con l'asse parallelo alla magnetizzazione; per esso vale quanto fu detto per la magn. uniforme di un prisma finito. Si avrà

$$I = \frac{dm}{da} \qquad I\,da = dm$$

Nel caso generale tanto I che la direzione variano da un punto all'altro; la magnetizzazione è quindi un **vettore** cui si può applicare le definizioni e proposizioni dimostrate.

Possiamo considerarne i flussi; si hanno le linee di magnetizzazione, tubi di magnetizzazione

Ad ciascun elemento ove si ha magnetismo N. corrisponde uno ove si ha m.S; gli elementi coniugati sono le estremità di un filetto.

Distribuzione non solenoidale. È la distribuzione più generale; i filetti nei quali si può scomporre la calamita non sono semplici. Allora esiste magnetismo libero anche nell'interno del filetto.

Dim. Infatti variando Ida, non sarà eguale la dm per tutte le estremità delle calamite elementari. Nelle facce contigue di due elementi contenuti si avranno ~~dm~~ masse dm, -dm' la cui differenza figurerà come magnetismo libero . . . . c.d.d.

Un magnete composto di tali filetti può contenere nell'interno magnetismo libero. Vi si dovranno considerare due distribuzioni superficiale ed interna.

Per entrambe si considera la densità del magnetismo, quantità di magnetismo distesa sulla unità di superficie

$$\sigma = \frac{dm}{ds}$$

per la distribuzione superficiale; quantità di magnetismo riferita all'unità di volume per la distribuzione interna

$$\rho = \frac{dm}{dv}$$

Lamina o foglio magnetico: È una lamina infinitamente sottile nella quale la magnetizzazione sia normale in ogni punto alla superficie.

Sia I l'int. della magnetizzazione in un punto della superficie, da l'area elementare Ida sarà la massa magnetica in da. Tutto il m.N si trova in una faccia, il m.S dall'altra. Si ha un aggregato di calamite elementari poste l'una accanto all'altra nella stessa direzione. Sia n lo spessore della lamina; $J = In$ dicesi la potenza magnetica della lamina.

Una lamina magnetica è semplice se J è costante su tutta la lamina.

Se n è costante la magnetizzazione è costante. Allora dm è pure costante, e anche

$$\sigma = \frac{dm}{da} = I = \text{costante}$$

Se n non è cost. in una lamina semplice I varia in ragione inversa di n (come in una lamina)
Se n è infinitesimo (e piccolo) J non ha un valore finito se I non è infinito. Però si possono produrre con correnti elettriche campi che diano risultati uguali a quelli prodotti da una lamina magnetica.

Una calamita che si possa scomporre in lamine magnetiche semplici si dice lamellare

Teorema In un magnete lamellare I ammette un potenziale ad un solo valore, e le superficie di livello sono le superficie delle lamine

Dim. Consideriamo nel magnete due punti A, B; sia J la somma delle potenze magnetiche delle lamine magnetiche comprese fra A e B; essa sarà funzione delle coordinate di B con una costante arbitraria dipendente da A; e sarà la stessa per tutti i punti di una superficie, e varierà da superficie a superficie. Se passi in B' nella lamina seguente a B, J subirà un incremento dJ = alla potenza magnetica della lamina compresa fra $\beta\beta$, $\beta\beta'$ e si avrà $dJ = I\,dn$

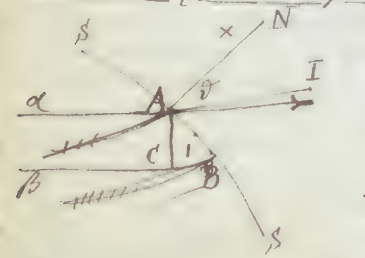
$$I = \frac{dJ}{dn}$$

Sia $V = c - J$ si avrà

$$I = -\frac{dV}{dn}$$

quindi V è il potenziale del vettore I e le superficie delle lamine sono superficie di livello

Problema Trovare la distribuzione della magnetizzazione di una calamita, dato I.
Nel caso generale si devono considerare due distribuzioni superficiale e nel volume.

Distribuzione superficiale. Consideriamo una porzione SS della superficie del magnete e sia di essa un elemento AB di area dS, AN la normale esterna in $A\,dS$, AI la magnetizzazione. Si può supporre AB come la estremità di un filetto magnetico di sezione retta AC di area da. Si ha

$$da = \cos\vartheta\, dS \quad (1)$$

La quantità di magnetismo libero sulla estremità è

$dm = I\,da$ che si potrà considerare distribuita su AB poichè ABC ha volume infinitesimo.
Quindi

$$dm = I \cos\theta\, dS = I_n\, dS$$

Cioè su AB la massa magnetica è uguale al flusso magnetico uscente. Si avrà poi

$$\sigma = \frac{dm}{dS} = I_n$$

La densità del magnetismo libero in un punto della superficie di un magnete è uguale alla componente della magnetizzazione secondo la normale esterna alla superficie.
La quantità totale di magnetismo esistente sulla superficie totale o su una parte finita sarà

$$\int I_n\, dS$$

estesa fra limiti convenienti.
Per la quantità totale si usa la notazione

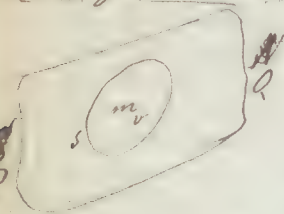
$$M_S = \int I_n\, dS$$

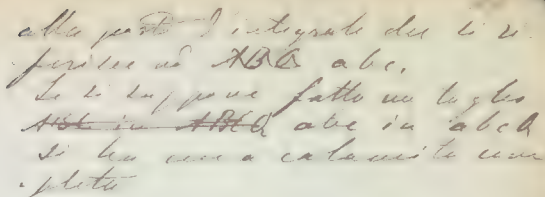
La quantità totale è uguale al flusso di magnetizzazione che traversa la superficie esterna del magnete dall'esterno all'interno.

Distribuzione interna.

[illegible] la quantità totale di magnetismo interno. Si sa che la quantità totale del magnetismo esterno ed interno è nulla. Si avrà quindi

$$M_V = -M_S = -\int I_n\, dS$$

Quantità di magnetismo libero contenuto in una parte della calamita S. Secondo la superficie S si pratichi un taglio nella calamita e si separi S in modo però che non varii la distribuzione di I nè in S nè nella calamita PQ. Su questa superficie S (ammessa la ipotesi) il magnetismo libero sarà quello di prima e siccome l'esperienza ci dà che S è una calamita completa si avrà

$$m_v = \int I_n\, dS \quad (1$$

estesa alla superficie S
Supponiamo che la superficie S sia in parte fuori della calamita. Siccome [illegible] non si ha magnetismo, per questa parte $\int I_n dS$ è nulla, l'integrale (1) si riduce

alla parte d'integrale che si riferisce ad ABC abc.
Se si suppone fatto un taglio ~~ABC in ABCa~~ abc in abcb si ha una calamita completa

Quindi. Il flusso totale di magnetizzazione che entra in una superficie qualunque è uguale al ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ contrario alla quantità di magnetismo libero contenuto nella superficie
Esempio. Sia una calamita prismatica con la magnetizzazione in ogni punto parallela all'asse, da sinistra a destra. Però I non abbia valore costante, ma varî come le ordinate d'una linea ABC; cioè I rappresentato da MmD.
Distribuzione superficiale
Sulla superficie laterale non c'è magnetismo libero perchè $I_n = 0$. In N si avrà $I_N = Cc$, e a è l'area della sezione del prisma. Allora sulla base N si ha la quantità di magnetismo $m_N = I_N a$; in S ~~[illegible]~~ $-m_S = I_S a$ mentre $I_S = Aa$

Distribuzione interna Consideriamo un tronco fra m e p. In m entra il flusso Ima, in p esce Ipa; il flusso totale $a(I_m - I_p) = M_{mp}$ per il tronco di mostrato è la quantità di magnetismo interno fra m e p. Nel caso della figura in mp la magnetizzazione contenuta sarà S, cioè fino a che le ordinate crescono nella direz. della magnetizzazione, fino a B. Da B a C il magnetismo interno sarà invece N. La quantità contenuta dei vari elementi dipende dalla differenza fra le ordi-

-nati (uno dal loro valore) la densità è massima verso A e C, è nulla in B, il contrario di quanto succede per la ~~densità~~ magnetizzazione.

Sia ora la magnetizzazione uniforme. (I cost.) allora il magnetismo libero sta solo in S e N, come si vide già. Se una tale calamita si piega in modo da formarne un cerchio, e si suppone che ciò si possa fare senza alterare la distribuzione del magnetismo primitivo. Allora le masse magnetiche uguali e di segno contrario situate sulle estremità si elideranno: la calamita non conterrà più magnetismo libero, qualunque sia la intensità della magnetizzazione. (Questa calamita non dà luogo a campi magnetici)

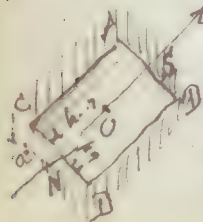
Lez. VIII — 6-11-89

Una massa di prova collocata in un punto qualunque dello spazio ~~[illegible]~~ occupato da campo magnetico subirà delle forze. Anche nell'interno della calamita si può immaginare portata la massa e si può considerare il campo, e si può conoscerne la direzione e la intensità. Però non si può sperimentare sulle forze dovute al campo magnetico nell'interno della calamita senza complicare l'esperimento, perchè si dovrebbe lasciare nella calamita una camera che modificherebbe le condizioni della calamita. Anche se la cavità fosse infinitamente piccola la forza agente in un suo punto è in generale finita e dipende dalla forma della cavità.

Supponiamo infatti di aver scavato nell'interno della calamita un vano cilindrico a sez. circolare con l'asse parallelo alla magnetizzazione e abbastanza piccolo perchè la magn. si possa ritenere uniforme nella materia che riempiva il vano e quindi sulle sue pareti. Sia ABCD la sezione meridiana del cilindro.

Sia $NS=2h$ $ND = a$ (raggio)

I l'intensità della magnetizzazione.

Considero nel ~~[illegible]~~ punto O di mezzo di NS una massa magnetica 1. Su essa agiranno le forze che agirebbero se non ci fosse il vano e inoltre le for-

-te dovuto al magnetismo libero che si è creato sulle pareti dello scavo. A noi qua interessano le altre. Sia R la loro risultante. Si dimostra che la densità magnetica in un punto della superficie è uguale alla componente della magnetizzazione presa secondo la normale esterna. Quindi per tutti i punti della superficie cilindrica la densità magn. è nulla perchè I è tangente alla superficie. Restano le basi.
Sulla base CD si ha $I_n = I$ quindi $\sigma = I$.
Sulla base AB " " $I_n = -I$ " $\sigma' = -I$
Le masse magnetiche N situate su CD respingono la massa di prova; la risultante avrà quindi la direzione I. È evidente che sarà diretta secondo NI. Le masse situate su AB sono mS, attraggono la massa di prova quindi danno luogo a una risultante secondo OI. Le due forze saranno evidentemente uguali, e R sarà la somma di due forze uguali e cospiranti. Basterà quindi calcolarne una.
Scompongo CD in zone elementari concentriche in N. Una di queste abbia il raggio $Np = r$ e larghezza $pq = dr$. Sia $pO = \rho$. La forza esercitata ~~secondo~~ dalla zona considerata sarà rivolta secondo OI
L'area della zona è $2\pi r dr$, la quantità di magnetismo (essendo $I = \sigma$ la densità) sarà

$$2\pi I r dr$$

e la forza esercitata sulla massa 1 in O sarà

$$\frac{2\pi I r dr}{\rho^2}$$

la cui componente secondo I sarà

$$\frac{2\pi I r dr}{\rho^2}\frac{h}{\rho}$$

Ora $\rho^2 = h^2 + r^2$ quindi $\rho d\rho = r dr$. quindi

$$\frac{2\pi I h d\rho}{\rho^2}$$

La forza totale esercitata dall'intera base CD sarà

$$\int_h^{\sqrt{h^2+a^2}} \frac{2\pi I h d\rho}{\rho^2}$$

Ora come tutti bisognerà raddoppiare

$$R = 2\cdot 2\pi I h \int_h^{\sqrt{h^2+a^2}} \frac{d\rho}{\rho^2}$$

si ha

$$R = 4\pi I h \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{h^2+a^2}}\right)$$

$$= 4\pi I \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{a^2}{h^2}}}\right)$$

51

Si vede che R ha un valore finito anche se a ed h infinitamente piccoli, dipende solo dal ~~primo~~ rapporto. Si vede poi che R dipende dalla forma del vuoto, cioè dal rapporto $a:h$.

Casi particolari. Se $\frac{a}{h}$ = infinito piccolo, allora il cilindro è un filetto magnetico. Si ha allora

$$R = 0$$

In questo caso il magnetismo libero creato non esercita forza sensibile. Le forze agenti sulla forza unica di prova sarebbero precisamente quelle dovute al campo magnetico che si studia (19)(2). Si può dire anche: le intensità del campo magn. nell'interno di una calamita è la forza agente su una massa 1 posta in un tubo il cui asse secondo la magnetizzazione e di sez. infinita piccola rispetto all'altezza.(4) Questo vale anche per un cilindro a sezione qualunque; infatti se intorno al circolo si circoscrive una figura qualunque, andando a 0 la forza esercitata dalla base cilindrica, va a 0 anche quella esercitata dall'area circoscritta (2).

— Se $\frac{a}{h} = \infty$ si ha R massimo

$$R = 4\pi I$$

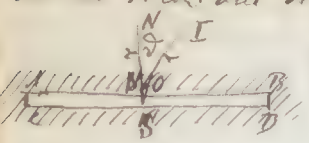
Allora se H è l'intensità del campo magnetico in O la forza agente su O quando il vuoto è scavato sarà la risultante di H e $4\pi I$. Tale forza ha una grande importanza; prende il nome di: Induzione magnetica che rappresenteremo con B.

$$B = \text{ris.}\{H \text{ e } 4\pi I\}$$

è cioè forza magnetica che si eserciterebbe nella cavità esistente in una calamita con basi perpendicolari alla direz. della magnetizzazione e altezza infinit. piccola. Si può supporre le basi di forma qualunque perchè se h è infinitesimo le forze esercitate dalle parti periferiche ~~della~~ della base sono infinite piccole di fronte di quelle dovute alle parti centrali onde si può sopprimerne o aggiungerne senza modificare in modo finito la forza totale.

Quindi l'ind. è la forza magnetica che si eserciterebbe in un taglio ~~tr~~ infinitamente sottile perpendicolare ai filetti di magnetizzazione.

Si può dimostrare che se nell'interno della calamita si pratica un vuoto cilindrico con le basi perpendicolari ad una direzione qualunque non coincidente con quella della magnetizzazione e la forza agente sulla massa 1 in O, di cui una sia norm.

-te alle basi, quindi è uguale alla componente sulla stessa direzione di B. I

N, I, θ, O, A, B, C, D, S

Dico. Infatti se la fessura è infinitamente sottile rispetto ai diametri si possono trascurare le forze dovute alle parti periferiche, quindi anche quando agiscono le masse magnetiche sulla superficie cilindrica ACBD, le loro azioni sono trascurabili e quindi vale quanto si disse per AB normale ad OI. Solo in questo caso si avrà la densità magnetica

$$I_n = I\cos\theta$$

si avrà

$$R' = 4\pi I\cos\theta$$

Si prenda la componente di H secondo ON. Si ha allora la comp. secondo ON di B (per definizione) quindi è dimostrato il teorema. Siccome esso vale anche se AB non è circolare si può dire che: ~~la componente sec~~ se si fa una fessura infinitamente sottile in una calamita la componente della induzione secondo.

Oss. Le ~~grandezze~~ lettere H, B, I sono i valori numerici delle forze; siccome sono grandezze vettoriali si suole anche rappresentarle con lettere gotiche; ora alcuni sostituiscono le rotonde: noi faremo così $\mathfrak{B}, \mathfrak{H}, \mathfrak{I}$ terremo le lettere stampate per i valori numerici. Con queste notazioni si scriverà

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{I}$$

L'induzione è un vettore. Gli si può applicare quanto fu detto in generale sui vettori.

L'induzione gode di una proprietà singolare che: qualunque sia ~~la calamita e il sistema di corpi~~ il campo magnetico la distribuzione è sempre solenoidale.

Basta dimostrare che il flusso d'induzione uscente da una superficie qualunque è uguale a 0.

1° Caso. La superficie non taglia nessun magnete. Infatti in ogni punto della superficie non vi ha magnetismo $\mathfrak{I} = 0$ quindi $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$.
Ma per il teorema di Green $H = 4\pi M$. Ora per supposizione $M = 0$, quindi

~~H~~ $B = 0$

è naturale ammettere che la influenza magnetizzante [illegible] nelle [illegible] particelle. Si può dire quindi:

Se in un punto dello spazio ove c'è una forza magnetica vi ha materia magnetizzabile, questa si magnetizza. (Se H è diretto da [illegible], tale pure anche I). La direz. e int. di I dipendono da H.

Se il corpo è isotropo (o non cristallizzato o cristallizzato nel sistema isometrico) non c'è ragione di ammettere che la direz. di I sia differente da quella di H. Lo prova l'esperienza. Nei corpi non isotropi I ed H hanno differente direzione: la teoria della induzione è più complicata. Noi studieremo il 1º caso dei corpi isotropi.

Quanto ad I (valore numerico) dipende dalla qualità della materia magnetica, e, dato questo, solo da H: è $I=0$ per $H=0$, I cresce col crescere di H. Ora qualunque funzione continua di H si può mettere sotto la forma

$$I = kH \quad (1) \qquad I = kH$$

ove k sia una funzione di H. La grandezza k si denomina: coefficiente di suscettibilità magnetica o suscettibilità magnetica (proposto da William Thomson). Notisi che I ed H sono delle forze della stessa specie, onde si vede che k è un semplice numero, rappresenta un rapporto.

In tutti i corpi debolmente magnetici la esperienza non mostra che k vari sensibilmente per i valori di H ed I: è una costante. La suscettibilità magnetica si può ritenere pure costante (oppure [illegible]) i corpi non magnetici.

Ma per i corpi di grande suscettibilità magnetica k non è costante, è funzione di I (o ciò che è lo stesso di H).

Per piccolissimi valori di H ed I, k ha per questi corpi piccoli valori, ma col crescere di H, k cresce rapidamente, sale ad un massimo al di là del quale discende, e tende a 0 se H tende al diventare infinito. Lo prova il fatto sperimentale che se H si fa crescere I converge verso un valore limite (stato di saturazione del corpo) anche per $H = \infty$ e perciò deve essere $k = 0$. Il valore di H cui corrisponde il massimo di I dipende dalla natura d

sica [illegible] del corpo.

P. es. ~~Ferriug~~ secondo Ewing per il ferro puro e ricotto (in fili) K può salire oltre 200, e anzi per alcuni campioni anche 250. Questi limiti si raggiungono per piccoli valori di H.

Per l'acciaio si trovò massimo di K corrispondente a valori ~~più grandi~~ di H più grandi che col ferro dolce; lo stesso autore il mass. di K non supera 30:24 è il limite medio. — Per il Co i valori sono inferiori a quelli degli acciai, pel Ni un po' meno dell'acciaio. Per tutti gli altri corpi K è piccolissimo. Pei corpi diamagnetici (magn. in senso inverso di quello del ferro) è $K<0$ ma sempre piccolissimo.

Nel ferro bastano piccole tracce di alcune sostanze per diminuire il massimo di K. Secondo le esperienze di Hopkinson con 13 o 14% di Mn si ebbe K uguale a meno di 1/60 di quello del ferro dolce.

Anche la struttura molecolare influisce su K. La tempra dell'acciaio diminuisce il mass. di K. Se un filo di ferro dolce ricotto dà un valore di K che può salire a 200, se lo si tira in modo da fargli attenuare un allungamento permanente, K scende a 28-30. Ewing trovò che un filo di ferro variò da 250 a sotto di 28 per un allungamento ~~perman~~ di 1%.

Anche la temperatura ha importanza. Nel ferro finchè la temperatura è inferiore a 450°, 500° la temperatura ha una piccolissima influenza; se arriva a 680° circa K diminuisce bruscamente ~~tempera~~ si riduce circa a 0 (temperatura critica).

Se H e I hanno la stessa direzione si può scrivere

$$B = H + 4\pi I \qquad (2)$$

Sostituendo (1)

$$B = H + 4\pi K H = (1 + 4\pi K) H \qquad (3)$$

Tra parentesi si ha una funzione di H, poniamo

$$(1 + 4\pi K) = \mu \qquad (4)$$

si ha

$$B = \mu H \qquad (5)$$

e anche

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$$

B si esprime, con una formula analoga a quella che definisce I. μ si dice: coefficiente di permeabilità magnetica (W. Thomson) o conduttività magnetica.

costanti (ciò avviene per H compreso fra 0 e 20 o 30 volte la forza del campo magnetico terrestre) si vede che

1° La magnetizzazione I ammette un potenziale. Infatti detta funzione

$$I = k H$$

H ha un potenziale (forze Newtoniane) k è cost. quindi I ha un potenziale.

2° La distribuzione di I è solenoidale.

Infatti ~~mediante~~ da

$$B = \mu H \qquad I = k H$$

si ha

$$\frac{B}{I} = \frac{\mu}{k} \qquad I = \frac{k}{\mu} B$$

Se k è cost. lo è pure $\frac{k}{\mu}$. Ora B ha distribuzione solenoidale. Il flusso B traverso una superficie è 0, lo è pure questo flusso $\times \frac{k}{\mu}$ e dunque anche il flusso I solenoidale. Quindi non si ha magnetismo libero nell'interno, si ha ~~una magnetizzazione superficiale~~ magnetismo libero solo sulla superficie del corpo magnetizzato per influenza. Per piccoli valori di H, k è cost. e questa una priorità di verifica. Si dice che il magnetismo s'appresta si manifesta alla superficie, poi penetra nell'interno.

Lez.ne X — 11-12-89

La denominazione di k e μ è utile ricordarla per il significato fisico che ricorda, per analogie con altri fenomeni fisici.

Quanto a k definendo la attitudine di un corpo a magnetizzarsi, si capisce la convenienza del nome che le fu dato.

Consideriamo μ. In un campo magnetico si consideri la porzione l di un tubo magnetico di sezione infinitamente piccola a fra due superficie equipotenziali di potenziale V_1 e V_2. Sia l abbastanza piccolo perché in tutta la lunghezza ~~AB~~ di ABDC si possa supporre H cost. Si ha allora

A, B, C, D, l, a, V_1, V_2

$$H = -\frac{V_2-V_1}{l} = \frac{V_1-V_2}{l} \qquad (1)$$

~~ma~~ Si avrà poi

$$B = \mu H = \mu \frac{V_1-V_2}{l} \qquad (2)$$

Il flusso di induzione traverso il tubo sarà

$$\varphi = aB = \mu a \frac{V_1-V_2}{l} \qquad (3)$$

$$= \frac{V_1-V_2}{\frac{l}{\mu a}}$$

Consideriamo $\varphi = \mu a \frac{V_1 - V_2}{l}$. Essa ci dice che

$\int B$ traverso un tubo di flusso di sezione a e lunghezza l, quando la diff. di potenziale è $V_1 - V_2$ è dato dal prodotto di questa differenza del potenziale per l'area diviso per la lunghezza e moltiplicato per μ.

La stessa relazione esiste fra il flusso di calore che si trasmette fra le due facce di un muro fra le quali esista una differenza di temperatura. Riferita ad una superficie a,

$$Q = \mu a \frac{t_1 - t_2}{l}$$

Nel calore μ si ~~dice~~ appunto denomina coefficiente di conduttività.

Consideriamo

$$\varphi = \frac{V_1 - V_2}{\frac{l}{\mu a}}$$

Sia $\frac{l}{\mu a} = r$. Si ha

$$\varphi = \frac{V_1 - V_2}{r}$$

Nello studio delle correnti elettriche si ~~ha~~ trova la legge di Ohm. Su un filo di sezione a e lunghezza l alle cui estremità si hanno potenziali V_1 e V_2 si ha una corrente costante la cui intensità è $\frac{V_1 - V_2}{r}$ essendo r la resistenza proporzionale direttamente alla lunghezza inversamente all'area e ad una costante (μ) o ~~tt~~ coefficiente di conduttività elettrica.

Per giustificare il nome: coefficiente di permeabilità consideriamo una parete porosa $ABCD$ che separi due ambienti; verso AB si abbia un liquido a pressione V_1; verso CD un liquido a pressione $V_2 < V_1$. Traversa un cilindretto di area a passerà da M ad N si trova ~~una~~ proporzionale alla differenza di pressione $V_1 - V_2$ all'area a, inversamente ad l e a una costante μ ~~detta~~ dipendente dalla natura della parete e che si dice appunto coefficiente di permeabilità

$$Q = \mu a \frac{V_1 - V_2}{l}$$

Il $\int B$ è una grandezza in tutto paragonabile lungo tutto un tubo ad ~~un~~ un flusso di fluido in un canale entro il quale si abbia un moto permanente. Al $\int B$ si potranno applicare tutte le proprietà dei flussi di fluidi nel moto permanente. Data la permeabilità magnetica delle varie parti

di ~~un campo~~ campo magnetico si potrà quindi prevedere la distribuzione dei SB, tenendo conto delle variazioni che si fanno per la distribuzione dei flussi di fluidi o di calore.
Ciò ha una grande importanza per le applicazioni pratiche.
È evidente che la distribuzione delle lB e sup. di livello dipende da μ. Consideriamo infatti

$$B = \mu \, \underline{V_1 - V_2} \qquad (1)$$

B è il numero delle lB traversa l'unità di superficie; dato $V_1 - V_2$ (rapidità di caduta di potenziale) B dipende da μ. ~~Ricaviamo dalla frequenza dalla forma di variazione~~

Sia ω [area di una] la superficie di livello che corrisponde una sola ~~lB~~ lB, la superficie corrispondente a B linee sarà ωB e siccome B è il numero delle linee che traversano l'unità di superficie si avrà

$$\omega B = 1 \qquad B = \frac{1}{\omega} \qquad (2)$$

Sia λ la distanza fra due superficie di livello corrispondenti a potenziali differenti di 1. Per una di caduta $V_1 - V_2$ la distanza fra le due superficie sarà

$$\lambda (V_1 - V_2) = l \qquad \frac{V_1 - V_2}{l} = \frac{1}{\lambda} \qquad (3)$$

Sostituendo (2) e (3) in (1) si ha

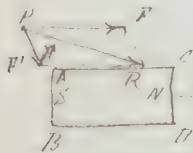
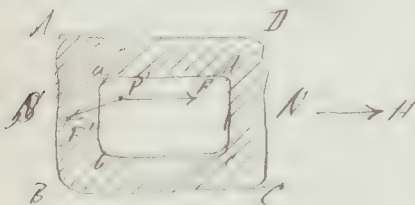
$$\frac{\lambda}{\omega} = \mu \qquad (4).$$

Consideriamo ~~ora~~ un prismetto la cui superficie laterale sia costituita da lB, che la sezione sia ω, e la lunghezza λ. Il rapporto fra le ~~dim~~ dimensioni di questo prisma è per la (4) uguale a μ. Se ~~[illegible]~~ μ cresce il prisma si allunga, se diminuisce il prisma si raccorcia. Se il campo B è supposto diviso in questi prismetti, la loro forma ~~[illegible]~~ varia col variare di μ. Ove la materia con piccola permeabilità i prismi sono corti, le supB vicine le lB rade; il contrario dove si ha materia magnetica.

Se in una data regione si porta un pezzo di materia avente molta permeabilità magnetica si vede che nella regione considerata le lB sono attratte, le SB respinte. Ciò avverrebbe anche se si porta in uno spazio riscaldato un corpo conduttore del calore. I due fatti sono dipendenti fra loro. Consideriamo infatti una regione M dove le SB siano rade; si vede che necessariamente le lB (normali a SB) devono convergere in ~~M~~ M.

Servendoci della analogia col flusso di calore si arriva al medesimo risultato più presto.

Tali proprietà ~~di applicare agli~~ (schermi magnetici) alla pratica, p. es. nei galvanometri di laboratorio che per marina nella posa dei cavi (dovuto a Thompson); nelle macchine dinamo-elettriche con indotto anulare (alla Pacinotti).

Quando un pezzo di ferro viene portato in un cH diventa un magnete onde concorre alla produzione del ~~campo~~, producendo un campo che si sovrappone al preesistente che supponiamo uniforme nella direzione H. Il pezzo ABCD avrà una calamita S ove le lH entrano, N ove partono. Si ponga una massa 1 in P presso AB. Se non ci fosse il pezzo magnetizzato la forza in P sarebbe PF parallela ad H. Si avrà ora una forza attrattiva verso AB PF'. La risultante sarà PR che ~~[illegible]~~ tangente ad B che quindi tende verso il pezzo ABCD e ciò che si è visto prima.

Consideriamo un involucro di ferro ABCD abcd nel campo si avrà mN in N e mS in S. Ragionando come prima si trova nello spazio esterno rinforzo verso AB, CD affievolimento lungo AD, BC.

Consideriamo in P' interno b una mN = 1. Per effetto del campo primitivo è sollecitato dalla forza P'F. Il magnetismo distribuito su AB CD crea un campo in direzione pressochè opposta che affievolisce la forza magnetica nell'interno.

Si può provare con una grossezza sufficiente di uno schermo e con materia conveniente si può ridurre questo rel. a 0.

Lez. XI   13-12-89

Data la distribuzione della magnetizzazione in una o in un sistema di calamite, calcolare le forze che agiscono in un campo magnetico da esso prodotto.

Ogni calamita essendo un aggregato di calamite elementari le forze create sono la risultante delle forze prodotte da ciascun elemento e la ricerca quindi si riduce a ricercare le forze prodotte da calamite di piccolissimo volume e siccome le forze si calcolano noto il potenziale per tutti i punti, basta trovare le espressioni del pot. dovuto ad una calamita infinitamente piccola.

Sia SN l'asse di un magnete elementare. Si avrà

$$\mu = ml.$$

Si cerca il potenziale di un punto P. Sia r la distanza dal magnete (PN). ~~PS~~ Con centro P raggio r descrivo l'arco NQ che si confonde colla normale calata da N su PS. Sia SQ = h

Il potenziale è dato in generale da $\Sigma \frac{m}{r}$ che nel nostro caso sarà

$$\frac{m}{r} - \frac{m}{r+h} = \frac{mh}{r(r+h)}$$

Ora h è infinitamente piccolo di fronte ad r, onde trascurandolo si ha

$$\frac{mh}{r^2} \qquad (1)$$

Si può considerare NSQ come un triangolo rettangolo $h = l\cos\vartheta$ onde (1) diventa

$$\frac{ml\cos\vartheta}{r^2} = \frac{\mu\cos\vartheta}{r^2} \qquad (2)$$

Si vede che il potenziale dipende da μ, non da m e l separatamente.

Per calcolare V per un sistema di calamite si farà una somma di quantità come (2)

In un punto qualunque di un magnete sia dv un elemento e si abbia una magnetizzazione I di direzione

e colla retta che congiunge P col punto considerato.
Si consideri in questo una ~~volume~~ calamita elementare di volume dv il suo momento sarà Idv, onde il V magnetico dato in P sarà

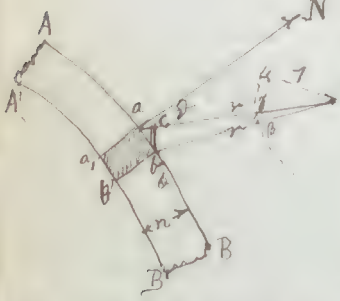
$$\frac{I\cos\vartheta}{r^2}dv$$

e

$$\int\frac{I\cos\vartheta}{r^2}dv$$

esteso a tutte le calamite date sarà il potenziale totale in P. Noto ~~N~~ I il problema si riduce a una ricerca matematica. Siccome però la ricerca di I è complicata dalla induzione il problema è assai complicato.

Ci limiteremo a trattare un caso ideale assai semplice, quello in cui il campo è prodotto da una lamina magnetica semplice.

In essa si ha essere $In = \text{cost} = J$ ove n è lo spessore della lamina. J è la potenza magnetica. Per definizione I è sempre normale alla lamina. Su AB considero un elemento ab e su esso un prisma abb'a' che sarà una calamita di direzione N e che si può supporre magnetizzata uniformemente con intensità I, si avrà mS su a'b', mN su ab. La densità magnetica sarà I onde se dS = area ab la massa magnetica sarà IdS. Su a'b' essa sarà $-IdS$.

Si avrà per abb'a' ~~il ...~~ $\mu = IdSn$

Il potenziale prodotto da abb'a' sul punto P sarà

$$\frac{In\,dS}{r^2}\cos\vartheta = \frac{J\cos\vartheta\,dS}{r^2} \qquad (3)$$

Considero il cono di vertice P e base ab. Una sfera di centro P e raggio Pb ne è tagliata da in un elemento bc la cui area sarà $dS.\cos\vartheta$

Se con centro P si descrive una sfera di raggio 1 essa è tagliata dal cono secondo un elemento $\beta\gamma = d\omega$ che si dice superficie apparente di ab vista da P. Si ha ora

$$dS.\cos\vartheta = r^2 d\omega$$

Sostituendo in (3) si ha

$$J\,d\omega$$

~~Siccome J è~~ Questo potenziale può divenire positivo o negativo. Si intenderà $d\omega > 0$ quando se ab visto da P si ha mN, $d\omega < 0$ se su dS si

A' A
S N
$-2\pi J$ P' P $2\pi J$
B' B

P vada in P' infinitamente vicino a A'B': la diminuzione totale di V sarà $-4\pi J$; il rancoglierebbe il lavoro $4\pi J$ che si dovrebbe spendere per far tornare la massa di nuovo in P. ~~Lo stesso avverrebbe se si dallatte partisse~~ Ciò qualunque sia lo spessore, quindi anche troverei il foglio, come si è trovato poco prima per un foglio chiuso.
Si vede che le linee di forza sono dirette in senso contrario nell'interno e nell'esterno.

Lavori di fogli magnetici fissi su masse magnetiche mobili, e viceversa.

Sia un foglio magnetico e sia in un punto P dello spazio occupato da una massa +1 si avrà un potenziale V. Passando in P' si abbia il potenziale V'. Se V' è il minimo valore del potenziale, V-V' è l'energia in P. Se la massa è in P_1, ove si abbia V_1, l'energia sarà V_1-V'.
Passando da P a P_1 la diminuzione del potenziale è $V-V_1$. Siccome V' scompare in tutti i calcoli si può dire che V rappresenta l'energia (a meno di una costante).
Se si avesse in P una massa m la energia che si avrebbe in P per la presenza del foglio magnetico sarebbe quindi mV. Ma i lavori delle forze dipendono dai moti relativi del foglio e della massa; gli stessi lavori disponibili si avrebbero quindi considerando m fisso e il foglio mobile; quindi: mV è la energia che si ha per il fatto che il foglio magnetico ~~è mobile~~ ~~si trova~~ in presenza della massa m.
Se abbiamo più masse come m. L'energia disponibile sarà la somma delle energie dovute alle singole masse pel fatto che il foglio magn. si trova mobile nel campo; sarà ΣmV. (5)
Ora per una qualunque delle masse $V = J\omega$ e quindi (5) diventa

$$W = J\Sigma m\omega$$

Ma $m\omega$ è il flusso passante traverso alla superficie

tra le due energie devono essere uguali perchè dipen-
-denti solo dal moto relativo; quindi

$$M = M'$$

Ora da se in $\Phi = J'M$ si fa $J'=1$ si ha $M=\Phi$
quindi M è il flusso che B produrrebbe tra-
verso il contorno di A se $J'=1$. Lo stesso si
dica di M'. Quindi:
Il numero di lB che una lamina di potenza 1 farebbe passare
traverso una lamina di potenza 1, ~~che proviene traverso~~;

Lezione XII 16-12-89.

Fenomeni elettrici

Un corpo elettrizzato esercita forze attrattive.
Un corpo elettrizzato si può dire, senza fare ne-
ssuna ipotesi, che contiene elettricità.
Le proprietà elettriche si possono trasmettere da una par-
te ad un'altra di un corpo o da un corpo all'al-
tro. ~~Dato~~ corpo elettrizzato in una sua parte la
elettricità rimane localizzata nel punto stesso
o si trasmette ad altre parti in un tempo pic-
colissimo: non c'è però una distinzione assoluta. Si
distinguono però i corpi in non conduttori,
o isolatori, o coibenti, o dielettrici; e conduttori.
Si ricorre fra questi ai corpi animali (i tessuti ani-
mali (specie vivi)) non si può verificare la produ-
zione di elettricità in un corpo conduttore che si è-
gato che si tiene con la mano. Quando un corpo
conduttore è separato dalla terra per mezzo di
un corpo coibente, lo si dice isolato.
Le forze elettriche sono attrattive o ripulsive. Quando
con un corpo elettrizzato si tocca un conduttore isolato,
il corpo elettrizzato e il conduttore si respingono. Due
pendolini toccati uno con resina, l'altro col cristallo
si attraggono. Così il pendolino elettrizzato ~~con~~
la resina è attratto dal vetro. — Tutti i corpi si
comportano o come il bastone di vetro strofinato
con la seta o come il bastone di resina strofinato con
la pelle. Si hanno quindi due specie di elettrici-
-tà.
Si può produrre elettricità in un corpo anche con
la sola presenza di un corpo elettrizzato ~~senza~~ senza
toccarlo con questo. Si ha in B elettricità di nome

2°. (Biot ..., Coulomb ...) L'elettricità in equilibrio nei conduttori sta tutta sulla superficie.

La esperienza più concludente è quella di un vaso come in figura. Se si elettrizza l'apparecchio e poi con B si tocca A si trova che B resta assolutamente privo di elettricità. L'apparecchio dà un mezzo di sommare delle masse elettriche di cui si carica B. (Pozzo di Faraday o di Beccaria)

3°. Nell'interno di un conduttore cavo completamente chiuso non ci sono, nell'equilibrio elettrico, forze. La esperienza più convincente è quella di Faraday, che esperimentò in un casotto rivestito di stagnola. Questo fatto è una conseguenza del 1° o viceversa; il che è più razionale (il viceversa) perchè il 3° fatto è più accertato sperimentalmente. Ciò si può dimostrare; dimostriamo per il caso speciale di un conduttore sferico, abbastanza lontano da altri perchè si possa supporre una distribuzione uniforme di elettricità. Supponiamo un punto P vertice di due coni infinitesimi. Siano ds e dS le aree di ab ed AB, m ed M le masse elettriche. Si avrà per la ragione di simmetria

$$\frac{m}{M} = \frac{ds}{dS} = \frac{r^2}{R^2} \qquad (1)$$

Le forze esercitate su una massa 1 in P saranno

$$f = k\frac{m}{r^2} \quad F = k\frac{M}{R^2}$$

e quindi

$$\frac{f}{F} = \frac{m}{M}\frac{R^2}{r^2} = 1 \quad \text{per} \quad (1) \quad \text{e} \quad f = F$$

ma le due forze sono dirette in senso contrario, dunque si elidono. Quindi se le forze sono newtoniane in P la forza è 0.

Dimostriamo il reciproco. Se le forze non sono newtoniane: allora decrescono o più o meno rapidamente del quad. delle distanze. Nel 2° caso si avrebbe che la forza dovuta a M sarebbe maggiore di quella dovuta a m; si avrà una risultante φ. Tiriamo il piano normale al diametro passante per P; tutti i coni di vertice P hanno la loro maggior base a destra

[illegible] inspiegabile.
Il mondo è un conduttore che ci è vicino sempre.
Potremo dire che il suo potenziale interviene
in tutto il calcolo; si può scegliere C in modo
che il potenziale della terra sia 0. — Siccome
la terra non è un conduttore perfetto il poten-
ziale non è costante in tutti i suoi punti; ma
può considerarsi come tale nelle regioni ove
si opera.
Tutto questo sul potenziale elettrico di un conduttore
Dunque: il lavoro che farebbero le forze elettriche se-
pra una massa elettrica unitaria >0 passando pa-
to da un punto qualunque del conduttore e
seguendo una linea qualunque andasse
all'infinito su un punto qualunque della terra
o di un conduttore comunicante con essa, è il
potenziale del conduttore considerato.

Lez. XIII 18-12-89.

Saranno >0 i potenziali dei corpi con pot. mag-
giore di quello della terra, <0 gli altri.
Se il potenziale in un conduttore in equili-
brio elettrico è costante, la sua superficie
è una superficie di livello.
In un campo elettrico le superficie dei con-
duttori sono equipotenziali, dentro ad essi non
havvi campo elettrico, le altre superficie di
livello si trovano nello spazio interposto fra i
conduttori.
Le linee di forza che partono o arrivano su un
conduttore in equilibrio sono quindi tutte
ortogonali alla superficie del conduttore.
Siccome tutta l'elettricità si trova sulla superfi-
cie dei conduttori, si può considerare la quan-
tità di elettricità riferita all'unità di superficie,
essa si dice densità elettrica $\sigma = \frac{dm}{ds}$ ove dm è
la massa elettrica sull'elemento di superficie ds.

A
a
b
B

Consideriamo un conduttore e sulla sua
superficie un elemento ab di area
dS, e in esso la densità σ. Sia f la
forza elettrica in P infinitamente
vicino ad ab. La direz. è normale
alla superficie. Consideriamo il tubo di
forza che contorna ab tagliato con una superficie

altri verrà elettricità a distanza finita avrà va-
-riato di infinitamente poco; si potrà considerare come ~~costante f~~ invariata f_2; la risultante delle forze che agisce su P' (interna al conduttore) sarà

$$-f_1 + f_2 = 0$$

e quindi per (4)

$$f = 2f_1 = 2f_2 \qquad f_1 = f_2 = \frac{f}{2}$$

e per (3)

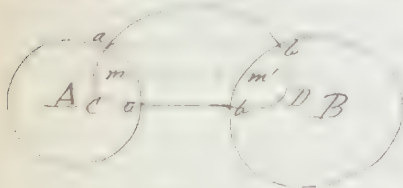
$$f_1 = f_2 = \frac{f}{2} = 2\pi\sigma$$

Sull'elemento di superficie AB esiste una massa elettrica σdS; su questo l'elettricità distribuita sul resto di S e sugli altri conduttori eserciterà forze. Se la massa fosse in P sarebbe $2\pi\sigma \times \sigma dS$ e sarà la stessa, a meno di un infinitesimo se σdS si trova su AB. Tale forza riferita alla unità di superficie si avrà facendo $dS = 1$ e sarà

$$p = 2\pi\sigma^2$$

essa dicesi <u>pressione elettrica</u>. Essa è infatti come una pressione sul conduttore, diretta dall'interno all'esterno. Si può considerare anche come la forza con la quale la elettricità tende a sfuggire dal conduttore.
Si può scrivere anche

$$p = \frac{2\pi}{16\pi^2} f^2 = \frac{1}{8\pi} f^2 = \frac{1}{2}\frac{f^2}{4\pi} = \frac{1}{2}\sigma f$$

Siano due conduttori in presenza (ne abbiamo sempre almeno due comprendendo la terra). Alcune delle l.d.f. partiranno da uno dei conduttori per finire sull'altro: si avrà un tubo di forza nelle stesse condizioni, come aabb. Le porzioni aa, bb di due conduttori comprese dentro il medesimo tubo si dicono <u>superfici corrispondenti</u>. Siano m la massa elettrica su aa, m' su bb. Congiungiamo il tubo di forza prolungato con due superfici qualunque aCa, bDb raccordate col tubo e chiuse. Applicando ad aCabDb il teorema di Green si ha

$$4\pi(m+m') = 0$$

perchè non si può avere flusso traverso abab nè traverso aCa, bDb perchè nell'interno di A e B la forza è nulla.
Quindi

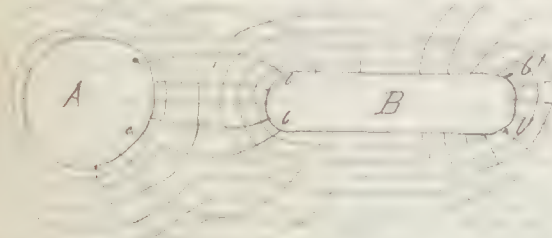
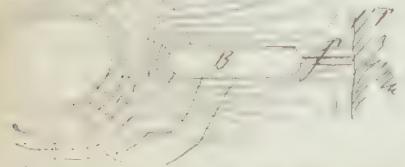
$$m + m' = 0$$

$$m' = -m$$

Le quantità di elettricità distribuite sopra due superficie corrispondenti qualunque sono uguali e di segni contrari.

Non esiste alcun tubo di forza che non termini su due superficie di conduttore, e alle sue due estremità si hanno masse elettriche uguali e di segno contrario.

La ~~risultante~~ attrazione che B riceve da altri corpi è la risultante di forze dovute alle masse distribuite ~~aa~~ su A e sugli altri conduttori. Le forze sono quelle dirette fra le superficie corrispondenti come aa, bb. Fra aa, bb si può supporre un fascio di cordoni elastici che tendono a raccorciarsi (interpretazione di Faraday).

La presenza di un corpo elettrizzato A si muta ~~un~~ corpo conduttore B: si modifica così il campo elettrico: perchè la superficie di B dovrà essere una superficie di livello, ~~...~~ tutto una ~~certo~~ numero di linee di ~~livello~~ forza che partono da A (se A è carico di elett. >0) andranno a incontrare B. Per il teorema precedente se su aa si ha elettricità >0 su bb si avrà ugual massa di elettricità <0. Se B è isolato ~~ad~~ la quantità totale di elettricità in B sarà 0, quindi in b'b' si avrà elettricità >0 come in A: questo è il fenomeno della influenza.

Poniamo ora B in comunicazione colla terra con un filo f. Allora ~~B~~ la superficie di B, f e T costituiscono una superficie di livello. Allora tutte le linee di forza che partono da A vanno a finire su B o su T, nessuna parte da B. Onde in B si ha solo una specie di elettricità di nome contrario alla influenzante.

Si ora un conduttore cavo BB si abbia un conduttore elettrizzato A. Per influenza si elettrizzerà anche B.
Se B circonda A tutti i tubi di forza partenti da A vanno a finire su B, e la superficie interna di B è corrispondente alla intera superficie di A. Applicando il teorema delle superficie corrispondenti si ha che le quantità distribuite all'esterno di A e all'int. di B sono uguali e di segno contrario.
Se B è isolato sulla sua superficie esterna si avrà ancora +m.
Questo caso particolare ha grande importanza pratica e teorica. Il conduttore BB divide lo spazio in due campi elettrici completamente indipendenti uno dall'altro. Infatti qualunque fenomeno elettrico che si compia entro B dà luogo alla produz. di due quantità uguali e contrarie di elettricità, quindi a due distribuz. uguali e contrarie nell'interno di B e a due pure uguali e contrarie all'esterno, le quali si neutralizzano. — Parimenti qualunque fenomeno avvenga all'esterno di B non darà luogo ad alcuna forza, come si sa, nell'interno del conduttore. Potrà cambiare il V di B, purchè B sia isolato, ma nell'interno essendo V costante questa differenza non potrà essere constatata.
In tutte le esperienze di elettricità ci troviamo in uno schermo elettrico costituito dalle pareti della stanza. Allora finchè si tratta di fenomeni elettrostatici, quanto si fa nell'interno non è risentito fuori e viceversa. Se si opera con macchine nell'interno si crea sempre una massa 0. Se si porta nell'interno una massa +m si crea subito sulle pareti della stanza una massa −m. Questa proprietà fu dimostrata sperimentalmente da Faraday.

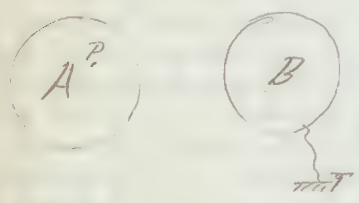
Lez. XIV 20-12-84

Distribuzione dell'elettricità sui conduttori. Senza fare una teoria completa daremo qualche idea.
Si può dimostrare (la riteniamo come evidente) che a grande distanza da un conduttore elettrizzato, di fronte alla quale si possano considerare

sità, la maniera di distribuzione è unica
Premettiamo alcuni Teoremi.
Teorema 1º Se si sovrappongono più distri-
buzioni di equilibrio, la distribuzione del
tutto è anch'essa una distribuzione di equi-
librio.
Infatti se le singole distribuzioni d'equilibrio
si fanno produrre in ciascun conduttore potenzia-
li costanti, la sovrapposizione produrrà in cia-
scun conduttore un potenziale uguale alla
somma dei potenziali parziali. Ma questi
sono costanti, lo è pure il risultante.
Teorema 2º Il potenziale non può essere né mas-
simo né minimo in un punto ove non vi sia
massa elettrica.
Sia M tale punto, e in esso V mass. Si cinga
una superficie infinitamente piccola S intorno
M. Se V è mass. in M esso diminuisce a par-
tire da M, la forza è diretta quindi in S dal-
l'interno all'esterno, la somma dei flussi di
forza uscenti da S è > 0, ma per il teorema
di Green esso è ~~4πM~~ Dunque in M si ha
una massa > 0. Se si suppone ~~ora~~ V mi-
nimo si troverebbe che in M si deve avere una
massa < 0. Dunque se in M non si ha massa
elettrica V non può essere né massimo né minimo.
Teorema 3º Se si ha un sistema di conduttori
in equilibrio elettrico e le masse totali di
elettricità esistenti sui conduttori sono = 0 il
sistema è neutro, cioè il sistema non è elettriz-
zato affatto, non si ha campo elettrico, le
masse sono 0 in ciascun elemento.
Siano $A_1, A_2, A_3, \ldots A_n$ i conduttori e
$V_1, V_2, V_3 \ldots V_n$ i rispettivi potenziali.
Sia V_1 il mass., allora nessun punto dello
spazio al di fuori dei conduttori vi è nello spazio ha
potenziale $> V_1$, perchè se nel campo esterno
ne esistesse uno, in esso V sarebbe massimo
il che non è possibile per il Teorema 2º.
Quindi da qualunque parte partendo da A_1 si
vada, V diminuisce, la forza è ~~diretta~~ in tutti i
punti di A_1 diretta all'esterno, il flusso lo è pure.
Quindi il flusso uscente da A_1 si comporrà
di elementi > 0. Ma il flusso uscente da A_1 è
$4\pi m$, essendo m la massa elettrica in A_1, la

conduttore V il potenziale per tutti meno che in tutti gli altri conduttori V=0, M:V ha un valore costante C dato la forma e la posizione del ~~[illegible]~~ conduttore. C dicesi capacità elettrostatica. Se V=1, M=C. Quindi un'altra definizione di C: quantità elettricità che si deve comunicare a un conduttore per portarne il potenziale da 0 ad 1 mentre tutti gli altri conduttori rimangono a V=0. Ma siccome il pot.=0 è arbitrario si può dire: per ~~produrre un~~ aumentare di 1 il potenziale del conduttore, mentre restano costanti quelli dei conduttori vicini. ovvero: per produrre fra il conduttore considerato e gli altri una differenza di potenziale uguale ad 1.

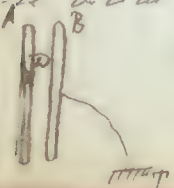
Oss. La capacità di un conduttore non dipende solo dalla forma e dimensioni del conduttore, ma anche dai conduttori in presenza (loro forma, dimensioni, condizioni)

Se pongo in presenza di un conduttore A un'altro B in comunicazione colla terra si fa aumentare la C di A. Infatti quando non esiste B il potenziale prodotto in P dalle masse Σm distribuite su A è

$$V = \Sigma \frac{m}{r}$$

e si avrà

$$C = \frac{\Sigma m}{\Sigma \frac{m}{r}}$$

Per la presenza di B ogni massa +m di A corrisponde in B una massa −m', e il potenziale sarà $V = \Sigma \frac{m}{r} - \Sigma \frac{m'}{r'} < \Sigma \frac{m}{r}$. Quindi C è aumentata.

L'effetto di un conduttore in comunicazione colla terra ha una importanza notevole se i conduttori hanno due superficie assai vicine fra loro; come per es. due dischi:

Il potenziale in P sarà $V = \Sigma \frac{m}{r} - \Sigma \frac{m'}{r'}$, e Σm' tende a diventare uguale a Σm quando B si avvicina ad A; e r' tende a diventare piccolo, quindi

E si può ... per quanto si vuole. Ma allora il corpo A ha una C grande. Si aumenta pure C aumentando la superficie dei dischi.

Meglio ancora servirà a produrre il medesimo effetto un'altra disposizione. Il conduttore isolato cui si trasmettono le masse elettriche ad un conduttore B che lo circonda, senza essere a contatto, è in comunicazione colla terra. Se in A si ha Σm sulla faccia interna di B si ha una massa −Σm. Allora in un punto P di A si ha

$$V = \sum \frac{m}{r} - \sum \frac{m}{r'}$$

che tenderà a 0 se la grossezza dello intramezzo tende a 0. ~~Se la grossezza~~ Allora si avrebbe $C=\infty$.

Apparati basati su questo principio hanno grande importanza anche nelle applicazioni. ~~Due con~~ Il sistema di due conduttori separati da un coibente sottile, di grande superficie, si dice condensatore elettrico. I condensatori usati in pratica sono: a lastre piane (come il 1° esempio) con due dischi o due fogli di stagnola separati da mica o carta paraffinata, che si possono sovrapporre come i fogli di un libro. o uno dentro l'altro condensatore chiuso come la bottiglia di Leyda. I conduttori si dicono armature del condensatore. I (esterna ed interna in condensatore chiuso) La capacità di un condensatore è la capacità di una delle due armature quando l'altra è mantenuta a potenziale costante ovvero: la quantità di elettricità che si deve comunicare a una delle armature per produrre fra le due armature una differenza di potenziale = 1

$$M = C(V_1 - V_2)$$

Fra i condensatori aperti e chiusi c'è la differenza che nei primi C non è rigorosamente definita, perché alcune delle linee di forza vanno a finire su corpi esterni; [illegible] nei cond. chiusi. Però la differenza ha

poco valere in casi pratici quando la super-
ficie dell'armatura è assai grande e lo
strato coibente sottilissimo.
La capacità di un condensatore non dipen-
de soltanto dalla natura e forma delle
armature, ma dalla natura dell'isolan-
-te. Ciò è dovuto al fatto che le masse elettri-
che non stanno sui conduttori, ma sulle
superficie del coibente (bottiglia di Leyda
scomponibile)
Se un condensatore di forma data si avrà
la capacità sarà C_0. Sostituendo un altro
coibente si avrà una capacità C in generale
$> C_0$ (quando il coibente è solido o liquido;
la differenza è forte, piccola se è un gas.)
$C : C_0$ si dice il potere induttore specifico
dell'isolante cui corrisponde C. La determi-
-nazione di questa quantità è difficile, specie
perchè si presenta oltre il fenomeno che si
studia una penetrazione della carica nella
massa del coibente. Si vede infatti che un
~~coibente~~ condensatore scaricato dopo un po'
di tempo può dare una seconda scarica. Inoltre
ha influenza la durata del caricamento.
Per i gas $\frac{C}{C_0} = 1$ circa; per il vetro $2 \div 10$; mica
5; carta paraffinata $1,8 \div 2$ circa.
I primi studi sono dovuti a Faraday.
Se il mezzo isolante ~~[illegible]~~ è partecipe in un con-
densatore è naturale ammettere sempre quando
si hanno in presenza due corpi elettrizzati.
Quindi si è condotti a considerare le forze del-
-le che come forze dovute al mezzo fra i con-
duttori. Il Faraday immaginò nell'interno di
coibenti tanti corpicini conduttori; ma ciò
non è nemmeno necessario. Il Thomson dice
che nel mezzo isolante si ammette una elettrizza-
zione in ciascun elemento di volume del
mezzo coibente, che si abbia in ciascun elemento se-
parazione di elettricità (come nelle calamite) questo
fatto si dice: polarizzazione del coibente. Più
chiaro e netto è il modo presentato da Maxwell
che introdusse il concetto di spostamento elettrico
tutto accade come se nel coibente allo stato normale
si avessero due masse uguali $+\sigma$ e $-\sigma$ di elettricità,

nella polarizzazione una delle masse si spo-
stasse infinitamente poco rispetto all'altra.
Considerando un tubo infinitesimo lo sposta-
mento è un flusso di elettricità nella direz.
del tubo; lungo tutto il tubo non si ha elettrici-
tà manifesta; la si ha solo alle estremità.
Se i coibenti si polarizzano, la influen-
za di essi sulle forze è evidente. Sia
un conduttore A carico di elettricità +. Su
tutti i tubi di forza ema-
nanti da A lo sposta-
mento ha luogo da corpo
verso l'esterno. Su tutta
la superficie del coibente
si ha quindi una distri-
buzione –. Ma allora
la massa sensibile sul-
la superficie di A è com-
posta delle due masse
+ e –. Dette σ e $-\sigma'$ le densità in un punto
la densità sensibile è $\sigma-\sigma'$. Ora σ' è propor-
zionale alla forza, lo è pure $\sigma-\sigma'$, quindi
essendo σ proporzionale alla forza si ha

$$\sigma-\sigma' = \frac{\sigma}{\mu}$$

Il valore di μ, sempre >1, dipende dal coibente.
Cambiando coibente varia σ' e quindi μ. —
Le forze elettriche sul campo sono inversamente
proporzionali a μ; lo stesso dicasi di V; le
differenze di V fra due punti sono tanto più
piccole quanto maggiore è μ. (date le cariche
del conduttore A). μ è il potere induttore speci-
fico. Il coibente è atto a essere sede di forze
elettriche con il cui valore è inv. proporzio-
nale a μ. Per questa ragione ai corpi isolanti
si dà il nome di corpi dielettrici come quelli
che sono sede dei campi elettrici, a differenza
dei conduttori, e si dice costante dielettrica.
La forza in prossimità del conduttore è inv. prop.
a μ. Si trovò la stessa relazione per il coeffi-
ciente di conduttività magnetica che chiamam-
mo appunto μ.
Indipendentemente da qualunque ipotesi risul-
ta da quanto si disse che quando si ha un cam-
po elettrico, il dielettrico viene eccitato e viene-

-ta qualche modificazione, vi è avvenuta una deformazione, che tende a scomparire: si è una condizione di equilibrio forzato analogo a quello di un corpo elastico soggettato a forze esterne. Come un corpo elastico deformato tende a riacquistare la forma primitiva, lo stesso avviene per un dielettrico nel quale esiste un campo elettrico. Le linee di forza che hanno quindi una elasticità fisica, sono fili distesi che tendono a raccorciarsi e ingrossarsi. Con tali considerazioni si spiegano i fenomeni elettrici di attrazione o repulsione. Il Maxwell dimostrò che la energia delle forze elettriche si può esprimere non solo con integrali estesi alle sole superficie dei corpi elettrizzati (forze a distanza) ma anche con integrali di volume estesi allo spazio occupato dal dielettrico. Le forze colle quali i fdf tendono a accorciarsi è uguale alla pressione elettrica. ~~[illegible]~~ e i tubi hanno le parti sottoposte ad una forza uguale alla 1/2 della pressione.

Il Beltrami dimostra che le equaz. di elasticità di corpi [illegible] non le applicherebbero al mezzo pel quale si trasmettono i fenomeni elettrici: il mezzo sarebbe l'etere.

I fenomeni delle cariche residue devono interpretarsi come il fenomeno della deformazione permanente-temporanea dei corpi elastici.

~~Lezione XV~~

domenica 6 Da incominciarsi a pag. 58

Se si ha una distribuz. di equilibrio in un sistema di conduttori, è pure di equilibrio la distribuzione di segno opposto.

Infatti poichè in un equilibrio è necessario che V sia cost. e se si cambia segno, cambia segno anche il potenziale, restando però costante in valore assoluto.

La capacità di un conduttore dipende anche dai corpi [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] la carica come la [illegible]

... in equilibrio sarà quella delle sfere di tutto S.^{te} sarà

$$V = \frac{M}{R_1} - \frac{M}{R_2}$$

e

$$C_0 = \frac{M}{\frac{M}{R_1} - \frac{M}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

cioè la capacità di un cond. sferico vale ~~la diff~~ il reciproco della differenza dei valori reciproci dei raggi interno ed esterno delle due armature. risp. int. ed esterna.

Per un coibente qualunque si avrà

$$C = \mu C_0 = \mu \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \qquad (a)$$

Altro metodo. Se le due sfere sono concentriche è certo che le masse elettriche sono distribuite uniformemente; le l.d.f. sono raggi partenti dal centro; i t.d.f. coni partenti dal centro, le sup. di livello sup. sferiche concentriche.

Consideriamo un t.d.f. (naturalmente ~~fra~~ nel coibente), non essendovi in esso masse elettriche la forza in una sezione ~~...~~ è inversamente proporzionale alla area della sezione

$$f = \frac{A}{R^2}$$

ma $-\frac{dV}{dR} = f$

quindi

$$-dV = A\frac{dR}{R^2} \quad e \quad V_1 - V_2 = A\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

La densità elettrica sulla sfera interna è

$$\sigma' = \frac{f_1}{4\pi} = \frac{A}{4\pi R_1^2}$$

e la massa elettrica

$$M = 4\pi R_1^2 \frac{A}{4\pi R_1^2} = A$$

Sostituendo in (3) si ha

$$C_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - 1/R_2}$$ come nel caso precedente

Se D è la grossezza del coibente (a) diventa

$$C = \mu \frac{R_1 R_2}{D}$$

Se D è piccolissima ~~...~~ in confronto a R_1 e R_2 si potrà scrivere

$$C = \mu \frac{R_1^2}{D}$$

ed essendo $S = 4\pi R_1^2$ la superficie della sfera interna

$$C = \frac{\mu S}{4\pi D} \qquad (b)$$

Si vedrà che questa è una formula generale per ~~tutti~~ i ~~condensatori~~.

---

(1) fatto con una superficie di livello (sfera)

Condensatore cilindrico

Due cilindri coassiali. È un caso importante che si verifica p. es. nei cavi della telegrafia elettrica — Supponiamo i cilindri indefiniti e considereremo però una porzione determinata. Le superfici di livello saranno cilindriche, coassiali, le tdf rette partenti da O. Due piani come ab, a'b' comprendono uno spessore la cui parte compresa fra due superf. qualunque sarà un tdf. Se lo tagliamo questo con un cilindro di raggio R, la forza nella sezione sarà inv. prop. all'area e quindi

essendo $f = -\frac{dV}{dR}$ $\quad f = \frac{A}{R}$

$$-dV = A\frac{dR}{R}$$ e integrando

$$V_1 - V_2 = A \log. ip. \frac{R_2}{R_1}$$

La densità elettrica sul conduttore interno è

$$\delta_1 = \frac{f_1}{4\pi} = \frac{A}{4\pi R_1}$$

Considerando una lunghezza l di cilindro la massa elettrica sarà

$$M = 2\pi R_1 l \frac{A}{4\pi R_1} = \frac{lA}{2}$$

e sostituendo in (3)

$$C_0 = \frac{lA}{2} \frac{1}{A \log ip. \frac{R_2}{R_1}} = \frac{l}{2 \log ip. \frac{R_2}{R_1}}$$

e per un coibente qualunque

$$C = \mu C_0 = \mu \frac{l}{2 \log ip. \frac{R_2}{R_1}}$$

Se D, spessore del coibente è assai piccolo si ha

$$R_2 = R_1 + D$$

$$\log. ip. \frac{R_2}{R_1} = \log. ip. \left(1 + \frac{D}{R_1}\right)$$ e svolgendo in serie e sostituendo

$$C = \frac{\mu l R_1}{2D}$$ ma $2\pi l R_1 = S$ (superficie) onde $C = \frac{\mu S}{4\pi D}$ la formula trovata.

Condensatore ad armature piane. Supposti i piani indefiniti e supposto di considerare le parti lontane dalle estremità di questo può ritenersi

come coibente due le dist. dell'elettricità è uniforme. 67

A | X C — D — X X — B D X

Le superficie di livello saranno allora piani paralleli ad AB, CD, sia XX una di queste. La forza in tutti punti del coibente è cost. e i vettori i tubi sono cilindrici. Sia la forza

Si ha $-\frac{dV}{dx} = f = A$

$$V_1 - V_2 = AD$$ in un'area S di AB la densità elettrica si avrà

$$\sigma = \frac{f}{4\pi} = \frac{A}{4\pi}$$

e la massa elettrica

$$M = S\sigma = \frac{SA}{4\pi}$$

e sostituendo in (3)

$$C_0 = \frac{S}{4\pi D}$$

e

$$C = \mu C_0 = \frac{\mu S}{4\pi D}$$

Calcoliamo la attrazione fra le due lastre del condensatore. Per ciò si consideri una porzione di superficie S. Ricordiamo l'espressione della pressione elettrostatica

$$p = 2\pi\sigma^2$$

Si ha inoltre $\sigma = \frac{f}{4\pi}$ e nel nostro caso $\sigma_1 = \frac{A}{4\pi}$ e $V_1 - V_2 = AD$.

Quindi

$$\sigma_1 = \frac{V_1 - V_2}{4\pi D} \quad e \quad p = \left(\frac{V_1 - V_2}{D}\right)^2 \frac{1}{8\pi}$$

che è la forza che agisce sulla unità di superficie sulla superficie S si avrà

$$F = \frac{S}{8\pi}\left(\frac{V_1 - V_2}{D}\right)^2$$

che risolve il problema.

Si ha $$V_1 - V_2 = D\sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

che ci dice che: se si può misurare la f. attrattiva la superficie S, la distanza di due armature, si può misurare la differenza di potenziali.

Fin qui si è considerato la forza elettrica in equilibrio. Dove esistono forze elettriche e campi elettrici esiste energia. Occupiamoci della **energia**.

In generale quando si vogliono far variare i potenziali di vari conduttori bisogna spendere un lavoro e quindi si accumula energia. Passiamo a calcolarla.

Sia un sistema di corpi inizialmente allo

stesso potenziale 0. Si comunichi ad essi masse elettriche per modo da portarli a potenziali differenti. Si deve spendere un lavoro che resta accumulato nel sistema.
Consideriamo l'istante nel quale un conduttore ha raggiunto il potenziale V, comunicandogli ancora una massa dm si deve spendere un lavoro $V dm$. Il lavoro totale speso sarà

$$\int V dm \quad (1)$$

La massa dm produce nel conduttore di capacità C una variazione di potenziale dV tale che

$$(2) \quad dm = C dV$$ sostituendo in (1)

si ha $$(3) \quad \int_0^V C V dV = \frac{1}{2} C V^2$$

che è il lavoro che si deve spendere per portare da 0 a V il pot. del 1° conduttore.
Per tutti i conduttori la energia sarà

$$W = \frac{1}{2} \Sigma C V^2$$

Essa si può esprimere altrimenti.
Infatti $C = \frac{M}{V}$ onde

$$W = \frac{1}{2} \Sigma M V \quad (4)$$

Oppure

$$W = \frac{1}{2} \Sigma \frac{M^2}{C}$$

Conduttori mobili tenuti in comunicazione con corpi a potenziale costante. Quando i conduttori si spostano fanno un lavoro e la energia del sistema varia.
Consideriamo uno spostamento infinitesimo del sistema. Se questo varia le distanze e in generale è necessario comunicare ai corpi una massa elettrica per mantenere i pot. costanti, e spendere perciò un lavoro dL_1. Le forze del sistema muovendosi fanno un certo lavoro dL_2. Si è speso dL_1, il sistema ha restituito dL_2 onde si avrà una variaz. di energia disponibile

$$dW = dL_1 - dL_2$$

Un'altra espressione di dW si può avere da (4) differenziando, tenuto presente che V è cost.

$$dW = \frac{1}{2} \Sigma V dM$$

D'altra parte detta dm una delle masse elettr. che comunicate per produrre lo spostamento, si avrà

$$dL_1 = \Sigma V dm$$

$$dL_1 = 2 dW = 2 dL_2$$

Per produrre uno spostamento bisogna spendere

un lavoro doppio di quello che il sistema restituisce; l'altra metà rimane nel condensatore sotto forma di energia.

Lezione XVI. 10-1-90.

Se si scarica un condensatore ~~[illegible]~~ il potenziale dell'armatura che lo aveva > diminuisce, quello dell'altra aumenta, fino a diventare uguali. La scarica equivale a un passaggio di elettricità ~~positiva~~ da un'armatura all'altra del condensatore. Si trova naturale di dire che quando si congiungono le due armature di un condensatore con un conduttore si produce in questo una corrente elettrica. Si dice che la corrente ha il verso nel quale si trasmette l'elettricità positiva. Nella scarica di un condensatore si ha una corrente che dura per un tempo piccolissimo: si dice che si ha una corrente istantanea. Se noi trasportassimo le masse elettriche da un'armatura all'altra a poco a poco, dovremmo fare un lavoro corrispondente alla differenza di potenziali. Le masse elettriche fanno lo stesso lavoro anche nella scarica.

Equilibrio elettrico. Finora parlando di equilibrio elettrico ci riferimmo sempre a conduttori omogenei a temp.^{a} cost., immobili, invariabili ecc. Consideriamo l'equilibrio in conduttori che non soddisfano a queste condizioni.

Nei primi se si ha equilibrio V è uguale in ogni punto; nei secondi può darsi che il V vari da punto a punto nell'equilibrio.

Esempi. 1°. (Osservazione dovuta a Volta)

Cu Zn

V_1 [Cu | Zn] V_2

In un conduttore formato come in fig. si ha nell'equilibrio elettrico $V_2 > V_1$.

Volta dimostrò che questo fatto è generale ed enunciò inoltre la legge che: In una serie di conduttori di varia natura a contatto gli uni con gli altri la differenza di potenziali esistente fra due di essi è sempre uguale a quella che si avrebbe se i detti conduttori fossero a contatto diretto,

fra le parti è interposta l'acqua acidulata si ha quasi lo stesso potenziale, quindi fra il rame di A e quello di B si ha una differenza di potenziale quasi uguale a quella esistente fra A e Zn.

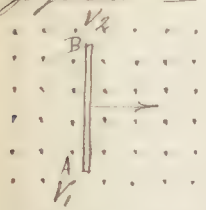
Nell'equilibrio elettrico si ha in B $V_2 > V_1$ in A; i poli della pila son a −, b +.

La pila è un fenomeno importante del caso in cui possono aversi in parti differenti d'uno stesso conduttore in equilibrio potenziali differenti.

Se noi congiungiamo A e B con un filo si ha un circuito chiuso nel quale la differenza di potenziale è = e (?)

Dicesi forza elettromotrice della pila la differenza di potenziale esistente fra i suoi due poli, quando essi sono isolati, cioè quando il circuito è aperto, quando la pila è in equilibrio elettrico statico.

Esempio 2°.

E. 3ª. Supponiamo un campo magnetico diretto dall'esterno al foglio. ~~proiettiamo~~ di esso uniforme. Le linee di forza si proietteranno in punti distribuiti uniformemente, come in figura — Nel piano del foglio si abbia un conduttore AB nel quale vi è distribuita della elettricità. Se AB sta fermo la condizione di equilibrio elettrico sul conduttore è che V sia uguale in ciascun suo punto. Ma se si suppone invece che AB si muova nella direzione della freccia la condiz. di equilibrio elettrico cambia, e si avrà nelle condizioni supposte un in B un pot. $V_2 > V_1$ in A — Il valore di $V_2 - V_1$ dipende dalla natura del conduttore, dalla natura del campo, dalla velocità del moto. Dati questi elementi esso è perfettamente determinato.

Se il moto ~~è uniforme~~ ed il campo sono uniformi $V_2 - V_1$ non cambia: si ha uno stato di equilibrio elettrico con potenziali differenti nei differenti punti del conduttore.

Si però dice che nel conduttore esiste una forza elettromotrice che vale $V_2 - V_1$ diretta da V_1 a V_2.

Oss. è da notare che la forza elettromotrice non è una grandezza ~~della~~ di quelle che si dicono forze in meccanica: bensì è della natura dei potenziali, rappresentando un lavoro fatto sulla unità di questa elettrica.

È da osservare inoltre che se è vero che perché esista una f. elettromotrice è necessario esista una diff. di potenziale, non è vero il reciproco che dove esiste diff. di po-

Lezione XVII 13-1-90

Tutte le volte che nell'equilibrio elettrico esiste una differenza di potenziale fra due punti A e B si dice che fra A e B esiste una forza elettromotrice misurata dalla differenza dei potenziali nell'equilibrio e che ha il verso nel quale il potenziale scende.

La f. elettromotrice è una grandezza della specie dei potenziali.

(Non ~~[illegible]~~ avviene però sempre che quando si ha una differenza di V esista una forza elettromotrice e.)

Quando fra A e B esistono le condizioni di equilibrio è per definizione

$$V_1 - V_2 = e$$

Si passi da A a B per due linee diverse M e N. Condizione di equilibrio è evidentemente che e agenti lungo le due linee siano uguali.

$$e - e' = 0 \qquad (2)$$

Se si prende come verso >0 quello della freccia la (2) dice che la somma algebrica delle e agenti sulla linea chiusa AMBN sia $=0$. Che comunque si divida con due punti A e B una linea chiusa tracciata sul conduttore, sulle due parti ~~[illegible]~~ agiscano forze e uguali e di segno contrario.

Si vede che è possibile in molti modi far sì che in una serie chiusa di conduttori esista una somma di e diversa da 0. Un modo semplice è inserire nel circuito una pila.

In questo caso si ha un conduttore nel quale non è possibile l'equilibrio elettrico, e avvengono fenomeni speciali sui quali ci intratterremo.

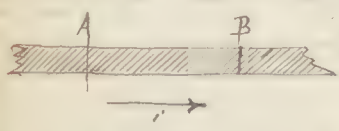
Sia un conduttore ab e una pila P congiunta con due fili a x e y. In a e b si producono due potenziali diversi. Se e la forza elettromotrice della pila, l'equilibrio ha luogo quando e solamente si ha

$$V_2 - V_1 = e$$

(ciò per definizione. V. lezione precedente)

Supponiamo che e di P sia costante. Allora dopo un certo tempo si stabilirà un regime nella corrente elettrica; in questo ciascuna sezione del conduttore sarà traversata in tempi uguali da quantità uguali di elettricità. Si ha allora una corrente costante. Verso è quello nel quale si propaga la corrente di elettricità positiva. Intensità la quantità che in una unità di tempo passa in una sezione del circuito. Nel caso di una corrente costante l'intensità deve avere lo stesso valore in tutte le sezioni.

A B

i

Dim. Siano A, B due sezioni del filo. Se si suppone che l'intensità sia > in A che in B, consegue che nel tronco AB entra più elettricità per A di quella che esce per B, quindi in AB la quantità di elettricità cresce indefinitamente, lo stesso avviene del potenziale, il che è incompatibile con le condizioni di costanza di e.

Si può vedere subito che: Una corrente elettrica non si può avere se non in un circuito chiuso.

Dim. Sia possibile avere una corrente elettrica in un conduttore aperto AB nel quale agisca la forza elettr. e. Si comincia a far agire e si produce una differenza di potenziale nei punti del filo: in B $V_2 > V_1$ in A. L'equilibrio si avrà quando

e $B\ V_2$ $A\ V_1$

$$V_2 - V_1 = e$$

Ciò avvenuto il filo può rimanere indefinitamente in questo stato di equilibrio. Si ha solo prima di raggiungerlo una corrente di carica che produrrà la differenza $V_2 - V_1$ fra B e A. Se si vuole avere una corrente bisogna fare che i potenziali in A e B rimangano costanti ad onta della continua arrivo di elettricità in B e sottrazione in A per effetto della e.

Ciò si può ottenere:

1° Mettendo A e B in comunicazione con conduttori di capacità infinita o già almeno grandissima per rispetto alla quantità di elettricità prodotta in e.

2° Mettere A e B in contatto con un sol. conduttore di grande capacità.
3° Congiungendo A e B.
Il 1° è impraticabile perchè non abbiamo in natura un conduttore di capacità infinita, e meno ancora due.
Il 2° poi equivale al 3° — La terra poi è un conduttore di capacità minima, onde la coincidenza si verifica anche per le quantità grandezze numeriche. Ciò che si può è chiudere il circuito invece che con conduttore metallico continuo, con la terra. Ciò si fa per congiungere punti assai lontani.
Il teorema è quindi dimostrato.
Dalle considerazioni fatte risulta ancora che: Per produrre una corrente continua in un circuito è necessario che in esso la Σe sia differente da 0.
Ciò si vede se si suppone inserito in r della fig. 2 un'altra pila di forza elettromotrice e
Se non si vogliono adoperare solo conduttori di 1ª (legge di Volta) (metallici) per la legge di Volta non si potrebbero produrre correnti.
Sia un conduttore di forma allungata AB, su di esso agisca una e. Per l'equilibrio deve essere

$$V_1 - V_2 + e = 0 \quad (1)$$

Se è diverso da 0 si ha una corrente. Si può ammettere come naturale (l'esperimento lo verifica) che quanto più il trinomio (1) è diverso da 0 tanto maggiore è l'intensità della corrente i.

V_1 A — e — B V_2

L'esperienza dimostra che fra $V_1 - V_2 + e$ ed i, a regime si ha la relazione di proporzionalità. Detta r una costante si ha

$$V_1 - V_2 + e = ri \qquad (2)$$

che esprime la legge di Ohm
r dipende dalla natura e dimensioni del conduttore. Si denomina: resistenza (elettrica) del conduttore.
Per un conduttore filiforme Ohm trovò:

$$r = \rho \frac{l}{s} \qquad (3)$$

l lunghezza; s area della sez. retta; ρ grandezza dipendente dalla sostanza e condizioni fisiche e numerica della sostanza; dicesi resistenza speci-

elettrostatica (quantum di sigma) in che le cond. si fa da V piccoli ai grandi; nell'altro dai grandi ai piccoli — se tutto il circuito è uno di che può dirsi che la linea dei potenziali sia parallela all'asse delle resistenze. — Ciò dir che è possibile che i potenziali aumentino o diminuiscano nel senso dell'aumento dei potenziali. [illegible] senso della corrente.

Lezione XVIII — 15-1-90

La equazione della legge di Ohm

$$V_1 - V_2 + e = \Sigma ri \qquad (1)$$

per servire allo studio della distribuzione delle ~~potenziale in un~~ correnti in una rete qualunque di conduttori.

Bisogna aggiungere un altro teorema corrispondente al principio di continuità in idraulica (correnti costanti).

A regime la quantità di elettricità che entra in una porzione di circuito è uguale alla quantità di elett. che esce dalla stessa porzione.

Infatti se ciò non fosse nelle porzioni considerate i potenziali crescerebbero o diminuirebbero sempre e quindi per la legge di Ohm varierebbe la intensità delle correnti, contrariamente all'ipotesi di regime.

Il calcolo del problema è semplificato se il teorema della continuità e la legge di Ohm si enunciano in modo un po' differente. Ciò perciò si deve a Kirchhoff

Principi di Kirchhoff (prof. a Berlino. m. 1887)

1°. Se parecchi conduttori $A_1 A_2 A_3 \ldots B_1 B_2 \ldots$ collegati in un medesimo punto C sono percorsi da correnti costanti e se si considerano come >0 le i che vanno verso C e <0 quelle che vengono da C, la somma alg. delle i di tutte le correnti è $=0$.

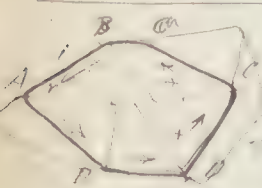
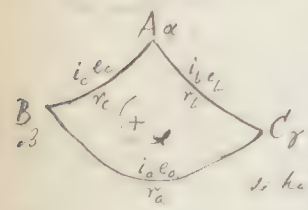
$$\Sigma i = 0$$

A_1, A_2, C, B_1, A_3, B_2

ciò corrisponde al principio della continuità.

Se $\Sigma i \gtrless 0$ in C nella unità di tempo arriverebbe $>$ o $<$ quantità di elettricità di che ne parte. Ma allora in C e nelle vicinanze V cres

-cirebbe in C e viceversa e quindi varierebbero le i delle correnti per la legge di Ohm, ma ciò è contrario all'ipotesi

2° (Corrisponde alla legge di Ohm) Se più conduttori percorsi da correnti costanti sono collegati fra loro in modo da formare un perimetro chiuso; se si immagina di percorrere tale perimetro in un determinato verso preso come verso >0 e se si prendono come >0 le i delle correnti che vanno in tale verso e le e tendenti a produrre correnti nello stesso verso e come <0 le i e e opposte, la somma algebrica dei prodotti $\Sigma i \times r$ (r res. del lato del perimetro percorso da i) è uguale alla somma delle forze elettromotrici esistenti sul perimetro

$$\Sigma ri = \Sigma e$$

Dim. Applichiamo (1) a tutti i lati del perimetro. Supponiamo che esso abbia 3 lati.
Siano α, β, γ i potenziali in A, B, C
i_a, e_a, r_a le quantità $i\,e\,r$ su BC,
i_b, e_b, r_b " " CA
i_c, e_c, r_c " " AB
Applicando (1) a BC, CA, AB succ.te si ha

$$\beta - \gamma + e_a = r_a i_a$$
$$\gamma - \alpha + e_b = r_b i_b$$
$$\alpha - \beta + e_c = r_c i_c$$

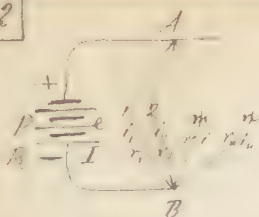
Sommando si ha

$$e_a + e_b + e_c = r_a i_a + r_b i_b + r_c i_c$$

Si vede che allo stesso risultato si arriverebbe operando su un numero qualunque di lati. Quindi

$$\Sigma e = \Sigma ri$$ c.d.d.

Esempi di applicazione del principio di Kirchhoff

Data una rete si possono trovare tutti nodi cui applicare $\Sigma i = 0$ e tutti perimetri chiusi cui applicare $\Sigma ri = \Sigma e$ da cui un sistema di equazioni di 1° grado sufficiente per determinare le incognite. Formule dei circuiti derivati. Si ha una pila P e ai suoi poli applicati due fili A e B e questi congiunti con n fili distinti. Questi si chiamano circuiti derivati. Rispetto ad essi il conduttore unico BPA nel quale

si trasmette l'intera corrente prodotta dalla pila nel circuito principale.

Problema. Date le resistenze R del circuito principale $r_1, r_2 \ldots r_n$ dei circuiti derivati e data la forza elettromotrice e della pila calcolare le intensità I della corrente della pila, $i_1, i_2 \ldots i_n$ dei circuiti

Si hanno $n+1$ incognite.

Applichiamo $\Sigma i = 0$ ad uno dei nodi per es. A. I parte dal polo +, essa sarà quindi >0. Le correnti $i_1 \ldots i_n$ come <0. Se $I, i_1 \ldots i_n$ rappresentano i valori numerici, si dovrà scrivere

$$I - \Sigma i = 0 \qquad \Sigma i = i_1 + i_2 + \ldots i_n$$

1ª Equazione.
$$I = \Sigma i \qquad (1)$$

(Se si applicasse $\Sigma i = 0$ al nodo B si ha la stessa eq.)

Applichiamo ora $\Sigma e = \Sigma r i$ a quei perimetri chiusi formati dal circuito pila BPA e da uno degli n derivati. Avremo così altre n equazioni indip. ~~della forma~~ Scriviamo quella dell'm^{mo} filo. Sia >0 il verso BPA. Se le lettere rappresentano i valori numerici si ha

$$RI + ri = e \qquad (a)$$

Si hanno quindi le $n+1$ equazioni cercate.

Da (a) si ha

$$i = \frac{e - RI}{r} \qquad (2)$$

Sostituendo le (2) nel Σi della (1) si ha

$$I = (e - RI)\,\Sigma \frac{1}{r}$$

donde si ha

$$I = \frac{e\,\Sigma \frac{1}{r}}{1 + R\,\Sigma \frac{1}{r}} = \frac{e}{R + \frac{1}{\Sigma \frac{1}{r}}}$$

Se si pone $R_1 = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{r}}$ si ha (C)

$$I = \frac{e}{R + R_1} \qquad (A)$$

~~Sostituendo nella (2) il valore di I si ha~~

Osservando che per (b)

$$e - RI = \frac{I}{\Sigma \frac{1}{r}}$$, sostituendo in (a)

onde si ha
$$i = I \frac{1}{r\,\Sigma \frac{1}{r}} \qquad (B)$$

Consideriamo (A) — Si tolgano gli circuiti 1, 2 … n e si sostituiscano con uno unico di resistenza R_1 data da (C). Allora si avrà un circuito chiuso di resistenza $R + R_1$. La legge di Ohm applicata ad essa ~~[illegible]~~ ci dice che la intensi-

-ti della corrente ~~tra~~ che traversa la pila sarebbe I uguale a quella che si ha quando vi sono gli n circuiti derivati; l'unico filo di res. R_1 equivale agli n derivati. R_1 rappresenta la resistenza del complesso degli n circuiti derivati. Cioè: Il valore reciproco della somma dei valori reciproci dei singoli circuiti derivati (Alcuni sogliono denominare conduttività del conduttore ~~la somma~~ il reciproco di r. Si ha allora: La conduttività del complesso di un sistema di conduttori derivati è uguale alla somma delle conduttività dei singoli cond. derivati.)

Casi particolari 1° Due soli circuiti derivati 1.2. Si ha

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}} = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$$

Sia $r_2 = \frac{r_1}{m}$ essendo m un numero intero. Allora

$$R_1 = \frac{\frac{1}{m} r_1^2}{r_1(1+\frac{1}{m})} = \frac{r_1}{(m+1)}$$

Se fra due punti A e B si ha una resistenza r_1 e si attaccano in A e B un conduttore di resistenza $\frac{r_1}{m}$ si riduce la resistenza ad $\frac{r_1}{m+1}$. Se si fa ~~successivamente~~ $m = 9; 99; 999; \ldots$ successivamente, la resistenza si riduce ad 1/10, 1/100, 1/1000 .... del valore di prima.

2° n circuiti derivati di resistenza uguale r. Allora $\Sigma \frac{1}{r} = \frac{n}{r}$ e quindi

$$R_1 = \frac{r}{n}$$

Cioè: Un sistema di n circuiti der. di ugual r equivale ad un unico conduttore di resistenza uguale ~~a~~ ad $1/n$ di quella di ciascun circuito derivato.

Consideriamo (B) Nel 2° membro la sola grandezza che dipende dal circuito derivato scelto è r. Quindi: le intensità delle correnti derivate sono proporzionali inv.te alle resistenze dei med. Ciò si potrebbe dimostrare direttamente con 2° principio di Kirchhoff applicandolo al perimetro formato dai due circuiti derivati per es. 1.2. Si ha, prendendo come verso + A1B2 e ritenendo che $r_1 i_1$, $r_2 i_2$ rappresentino i valori numerici si ha $r_1 i_1 - r_2 i_2 = 0$ $r_1 : r_2 = i_2 : i_1$ c.d.d.

Combinando ~~(b)~~ la formula (b) con questo teorema si può dire: Le correnti principali si divi-

[34] si divide nei derivati in parti di intensità inv. proporzionali alle resistenze dei singoli circuiti derivati. — Se le r sono tutte eguali lo sono tutte le i e si ha $i = \frac{1}{n} I$

Casi particolari. — 1° Due soli circuiti derivati 1, 2. Allora (B) diventa

$$i_1 = I \frac{r_2}{r_1 + r_2} \qquad i_2 = I \frac{r_1}{r_1 + r_2}$$

Sia ora

$$r_1 = m r_2$$

Allora si ha

$$i_1 = I \frac{r_2}{r_2 (m+1)} = \frac{I}{m+1}$$

$\overrightarrow{I}$ A r_1 $\frac{I}{m+1}$ B ; $r_2 = \frac{r_1}{m}$

Se si ha un circuito percorso da I si può fare che tra due punti A e B la intensità si riduca ad un valore i_1 data frazione di I, ciò facendo una derivazione di resistenza $r_2 = \frac{1}{m} r_1$

Si applica questa proprietà per gli shunt.

Se la res. dello shunt è 1/9, 1/99, 1/999 della res. del tratto dei circuiti cui è unito la corrente, l'impiego dello shunt ha per effetto di ridurre nel tratto considerato la int. a 1/10, 1/100, 1/1000 ....

Si può dire che un apparecchio messo fra A, B avente resistenza r_1, atto a sopportare una corrente di data int.^{a} i_1, quando è munito di uno shunt di intensità i_2 diventa atto a servire per un circuito percorso da una corrente $I = (m+1) i_1$.

Lo shunt moltiplica la adoperabilità dello strumento. Perciò parecchi autori chiamano $m+1$ potere moltiplicatore dello shunt.

Luigi Ferrera

N. 2.

Lezione XIX. 17-1-90

$$V_1 - V_2 + e = ri \quad (1)$$

<u>Trasformazioni di energia che hanno luogo per effetto della corrente nel circuito</u>

Se si ha una corrente di int. i da un pot. V_1 a V_2 vuol dire che in ogni unità di tempo una quantità i di elettricità va dal punto a pot. V_1 a un punto a pot. V_2. Le forze del campo producono su questa massa elettrica un lavoro: per cui questo lavoro sarà

$$(V_1 - V_2)\, i \quad (2)$$

Dunque nel conduttore le forze elettr. fanno in ogni unità di tempo un lavoro (2).–

(Oss. Fino ad ora per parlare di lavori si parlò di masse elettriche trasportate su corpi mobili. Quindi si potrebbe obbiettare che nel caso ora considerato si tratta di conduzione, non di convezione, onde la espressione del lavoro potrebbe essere differente. Però se ciò fosse possibile si verrebbe a concludere alla creazione di lavoro senza spendere nulla. Se si facesse passare i per convezione si avrebbe $(V_1 - V_2)i$ e facendo invece ripassare i per conduzione nel conduttore fra gli stessi punti di nuovo $L <o>$ di $(V_1 - V_2)i$ si avrebbe nella differenza un lavoro scomparso o creato senza ricavare o consumare energia, il che è contrario al principio della conservazione della energia.).

Ricavando il valore di (2) dalla (1) si ha

$$(V_1 - V_2)\, i = ri^2 - ei \quad (3)$$

Il lavoro fatto dalla corrente si compone di due parti ri^2 dipendente dal valor della resistenza e indipendente dalle forze elettr. esistenti nel circuito; la 2ª ei è indip. da r e dipende dalla forza elettromotrice.

Consideriamo il:

<u>1° termine</u> ri^2. Esso è lavoro prodotto dalla corrente dovunque si ha un r diverso da 0. Esso è sempre positivo, è sempre prodotto dalla corrente. Ciò anche quando il conduttore sta fermo, e in esso non avvengono fenomeni chimici che producano trasformazione di energia: onde non possiamo immaginarlo che mani-

produzione di lavoro dovuto alla corrente che va da B ad A. Si osserva infatti che in questo esperimento il polo di Zn aumenta per la scomposizione del $ZnSO_4$ del liquido; con ciò si ha a disposizione una energia che prima non avevamo (il Zn composto di H_2SO_4 libero). ~~[illegible]~~

Supponiamo ora che il conduttore sia un intero circuito. Allora la legge di Ohm è espressa da

$$e = ri$$

Si ha allora

$$ei = ri^2 \quad \text{quindi } ei > 0 \text{ sempre}$$

Quindi $-ei$ (lavoro dovuto alla forza elettromotrice) è sempre < 0; la forza elettromotrice non si può ottenere che con una spesa di lavoro

$$w = ei = ri^2 \qquad (4)$$

Questo lavoro speso si ritrova nel circuito, nel quale, per la legge di Joule, si produce una quantità di calore equivalente ad ri^2.

Nel caso speciale della pila le forze di affinità che entrano in giuoco nella pila, danno luogo a un ~~lavoro~~ e quantità di calore distribuita parte nel vaso parte nel resto del circuito. Se le stesse reazioni si facessero in un vaso ~~[illegible]~~ a reazioni tutto questo calore si manifesterebbe unicamente nel vaso.

Da $\quad w = ri^2$

si ha $\quad i = \sqrt{\frac{w}{r}} \qquad (5)$

che ci permette di calcolare la intensità i che si può produrre colla spesa di un lavoro w sopra un circuito di resistenza r.

Da $\quad w = ei$

si ha $\quad e = \frac{w}{i} \qquad (6)$

Moltiplicando sopra e sotto per un tempo t durante il quale si considera la corrente si ha

$$e = \frac{wt}{it}$$

Ma wt è il lavoro speso nel tempo t poichè i si suppone costante. Ponendo $wt = W$ si ha

$$e = \frac{W}{it}$$

Inoltre it è la quantità di elettricità che traversa una sezione qualunque del circuito nel tempo t: Detto $it = M$ si ha

$$e = \frac{W}{M} \qquad (7)$$

La (6) dice che: La forza elettromotrice è il la[illegible]

in un circuito è eguale al lav. speso nella unità di tempo diviso per la intensità della corrente prodotta. — La (7) ci dice la stessa cosa per un tempo qualunque t.

Le relaz. (6) e (7) ci fanno vedere che lo studio dei mezzi per produrre forze elettromotrici si confonde con quello dei mezzi per far produrre o consumare un lavoro dalle correnti elettriche.

Prenderemo per esempio un caso nel quale sappiamo che le correnti producono o consumano lavori chimici.

Si possono produrre azioni chimiche col mezzo di una corrente elettrica. Il fenomeno che si verifica è che se si fa passare una corrente elettrica traverso un liquido decomponibile si ha la decomposizione, e i corpi decomposti si manifestano là dove la corrente entra ed esce. <u>Elettrolisi</u>; di <u>elettrolito</u>; <u>voltametro</u> (apparecchio ove si fa la elettrolisi) consiste in un recipiente contenente lo elettrolito, nel quale si trovano due fili o lamine conduttrici detti elettrodi: A (unito al reoforo +) positivo, C (unito al reoforo −) negativo. Meglio ora A <u>anodo</u>, C <u>catodo</u>.

In E la corrente va dall'<u>anodo</u> al <u>catodo</u>.

I fenomeni visibili avvengono sopra gli elettrodi. I due corpi che si manifestano negli elettrodi si dicono <u>ioni</u>, <u>anione</u> e <u>catione</u>, il catione nel liquido viaggia nel senso della corrente, l'anione nel senso opposto.

I fatti sperimentali sono i seguenti.

H_2O (reso conduttore con un po' di H_2SO_4) H catione, O anione.

Composti binari idrogenati. H catione, Cl, Br etc. anione.

Gli Idrosali Metallo " Cl. Br. "

Ossiacidi e sali diretti H o " " [illegible] "

In generale il fatto fondamentale dell'elettrolisi è accompagnato dalle reazioni degli ioni coi corpi coi quali essi si trovano a contatto.

Se uno degli elettrodi è costituito da un corpo sul quale può reagire ~~l'ioni~~ l'ione che vi deve manifestarsi, si ha una alterazione dell'elettrodo. liquido H_2SO_4 diluito, anione Zn. — Allora SO_4 si combina con Zn, forma $ZnSO_4$ e non si svolge O come avverrebbe se invece di Zn si avesse Pt, C.

questa azione chimica produce
un lavoro positivo, ~~la somma di lavoro~~
Il voltametro funziona come una
pila; su questo punto dovremo ri-
tornare fra breve.
Leggi quantitative dei fenomeni della
pila. Leggi di Faraday.

1a Legge. — La quantità di un dato elettrolito che
viene decomposta o la quantità di un dato ione
che viene prodotto è proporzionale alla quan-
tità di elettricità che passa traverso il volta-
metro.

2a Legge. La quantità di un dato elettrolito
che è decomposto (o di un dato ione che è
prodotto) per mezzo di una data quantità
di elettricità tutta passante traverso al volta-
metro è proporzionale all'equivalente chimi-
co (o dell'ione rispettivamente).

Ne consegue che la quantità di un dato corpo
prodotto o decomposto dal passaggio di una
quantità 1 di elettricità è fissa e determinata
per ciascuna sostanza. Tale quantità prende
il nome di: Equivalente elettrochimico del
corpo considerato. — Esso è proporzionale allo
equivalente chimico onde noto uno sono
noti tutti. Noto ~~l~~ l'equivalente elettrochimico
del corpo il cui equiv. chimico si prende per
unità (H) si ~~ha~~ ottiene l'eq. elettrochimico
di un altro corpo moltiplicando l'eq. elettrochi-
mico dell'H per l'eq. chimico del corpo considerato.

Si può dire senz'altro che in un voltametro
si produce forza elettromotrice se la somma
dei lavori chimici è W il valore della
forza elettromotrice è $e = W : m$. (7)

Sia E l'equivalente meccanico del calore. a
l'equivalente elettrochimico di uno dei corpi che
si producono o consumano nel voltametro,
q la quantità di calore che per ogni unità di peso della
sostanza considerata viene prodotto dal complesso
delle azioni chimiche che avvengono nel voltametro
La quantità m di elettricità per la 1a legge produrrà
o consumerà ma sostanza e il calore prodotto
sarà maq. il lavoro equiv. sarà

$$W = E\,m\,a\,q$$

Per la formula (7) si avrà:

$$e = \frac{W}{m} = Eaq$$

Sia α l'equivalente elettrochimico del corpo del quale si parla cioè come 1 l'eq. chimico (H) ad A l'equivalente chimico del corpo considerato; allora

$$a = \alpha A \qquad \text{per la } 2^a \text{ legge di Faraday}$$

Quindi

$$e = E\alpha A q$$

Ma Aq è la quantità di calore prodotta per Aq unità di peso (eq. chimico espresso in unità di peso) talchè posto $Aq = Q$ si ha

$$e = E\alpha Q$$

che è più comodo della prima perchè $E\alpha$ è una cost. e Q è noto per un grandissimo numero di comb. chimiche.

Si vede che e dipende soltanto da Q è indipendente dalla forma, dimensioni degli elettrodi.

Quando $Q > 0$ (l'az. chimica è di quelle che producono calore) è $e > 0$ si ha una forza elett. nel senso della corrente che viene immessa nel voltametro, il voltametro agisce come una pila: il lavoro prodotto nel voltametro è la causa della corrente: se nel voltametro avvengono invece solo scomposizioni, l'azione chimica complessiva è tale da consumare calore: allora è $Q < 0$ (è l'eq. di un lavoro che si è speso) ed è $e < 0$; opposta alla corrente che si immette nella pila: nel voltametro ha luogo una caduta di V nel senso nel quale si trasmette la corrente.

Come caso particolare può esser $Q = 0$. Ciò si verifica per es. se si elettrolizza una soluzione di un sale con elettrodi fatti di lastre del metallo base del sale. La spesa di lavoro è minima, consistendo in un trasporto di metallo da uno all'altro elettrodo. Allora e è pure piccolissima. x

Il fatto che si verifica nel voltametro può essere dimostrato come un fatto sperimentale (indip. dal principio della conservaz. dell'energia) riferendosi ai fatti osservati da Volta. Si può dire che gli ioni trasportano gli elettrodi modificandone le proprietà: si hanno p. es. lastre coperte di un velo di corpi diversi: in condizione di essere attaccati dai medicamenti ~~talmente che elettrodi~~. In tale condizioni le forze elettromotrici di contatto coi liquidi saranno variate, dando luogo alla e che si produce nel voltametro. Se la elettrolisi

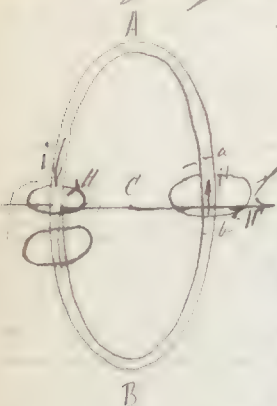
non modifica la superficie dei metalli
non si ha forza elettromotrice. La modificazio-
ne degli elettrodi dicesi polarizzazione
la forza è dovuta ad essa (contraria alla
corrente) si dice forza elettromotrice di po-
larizzazione, e si suol dire che alla corrente
primaria si sovrappone una corrente secon-
daria o di polarizzazione, in senso inverso.
È possibile fare dei voltametri tali che la polariz-
zazione perduri anche lungamente dopo che
la corrente ha cessato di passare (lastre di pb.
coperte con uno strato spugnoso di perossido
di Pb). In questo caso ogni qualvolta gli
elettrodi si ricongiungono gli elettrodi
polarizzati si potrà produrre col voltametro
una corrente elettrica, diretta come la forza
elettromotrice di polarizzazione, contraria a quella
~~forza~~ della corrente primaria che produsse la
polarizzazione. Questa corrente dà luogo alle
reazioni contrarie, distrugge la polarizzazione
e cessa quando questa è distrutta. Allora il
voltametro può funzionare come una pila detta secondaria.
Colla corrente primaria si fa un lavoro entro
la pila che si accumula sotto forma di energia
negli ioni accumulati negli elettrodi; quando la
pila secondaria si usa per produrre la corrente secon-
daria, la energia viene restituita all'esterno.
La pila secondaria si dice accumulatore.

Lezione XX ——— 24-1-90.

Osservazione. Si noti che gli ioni non si mani-
festano in tutta la massa dell'elettrolito, ma
unicamente sulle superficie degli elettrodi.
Per spiegare questo fatto bisognerebbe avere una
idea di che cosa è la corrente elettrica. Vi ha però
un modo di rappresentarlo che giova se non altro
come regola mnemonica. Cioè ammettiamo che
l'effetto che si produce nell'elettrolito sia
un orientamento delle molecole distanti fra
i due elettrodi, in modo che
ciascuna molecola porti l'anio-
ne all'anodo, il catione al catodo.
in fig. □ anione ■ catione. Segue poi
la elettrolisi simultanea di tutte le

SO_4 H_2
A C

~~connettono~~ un potenziali: quindi i piani perpendicolari per C sono superfici equipotenziali.

Consideriamo ora altri casi:
Sia un circuito chiuso circolare, rappresentato in prospettiva da AB, percorso da una corrente diretta secondo i, i'.
Se si considerano porzioni dello spazio tanto vicine ad un tratto ab (che si ~~possa~~ ritenere rettilineo) ~~indefinito~~ che ab possa considerarsi indefinito, nello spazio considerato le ldf saranno figure prossime a circoli; la forza per la legge di Maxwell sarà diretta secondo la freccia. Così in H sia ora la direz. indicata dalla freccia. Nel centro C del cerchio per la legge di Ampère sarà diretta secondo la freccia f, e per ragioni di simmetria la ~~forza~~ ldf. passante per C sarà una retta diretta come f. Tutte le altre ldf saranno linee chiuse che entrano nel cerchio del circuito ~~come è indicato in figura~~, ~~per~~ nello stesso senso, come è indicato in figura.

Solenoide
Consideriamo una corrente che percorra un filo foggiato ad elica cilindrica, le spire tanto fitte piccole ciascuna per ...

essa prodotta. Se le L.S.F. si completano con le ~~[illegible]~~ LLB ~~si hanno~~ nell'interno si hanno tante equivalente disposizioni delle quali rinvia quelle della corrente C. Ricordando che nello spazio non ~~è~~ occupato ~~dalle linee~~ B dai calamita magnetica le LB coincidono con le L.S.F. si vede che le LB dovute a C sono analoghe a quelle dovute ad sn. col polo n a sinistra, il polo s a destra della corrente. Se le azioni magnetiche che sono dovute dal campo (ad una deformazione), si ha concluso che le azioni magnetiche dovute ad una corrente infinitesima ~~[illegible]~~ si possono ottenere con una calamita concentrata disposta secondo XX col polo n a ~~sinistra~~ della corrente. Siccome le deformazioni a distanza sono dovute a quelle nello spazio prossimo alla corrente, se ~~qui~~ le deformazioni in questo spazio coincidono con quelle ~~della cor~~ dovute ad una certa calamita, tutto fa credere che lo stesso avvenga per le def. a distanza e che quindi la corrispondenza fra le azioni (1) di una corrente infinitesima e di una calamita infinitesima disposta perpendicolarmente al piano della corrente e col polo n a sinistra di questa. Ampère dimostrò questo matematicamente e ne derivò una teoria del magnetismo, considerando i fenomeni magnetici come dovuti a ~~fenomeni~~ correnti infinitesime racchiudenti le calamite elementari. Questa teoria ha una conferma ~~nei calcoli~~ nelle esperienze (o almeno la confermano i calcoli fatti in base ad essa).

Noi prenderemo per base il teorema ~~e~~ enunciato sopra e quello: che il mom. magn. della calamita equivalente sia proporzionale alla intensità della corrente e all'area del circuito. Infatti se a C sovrapponiamo un'altra corrente uguale, si duplica l'intensità del campo, ma si farà quello che si otterrebbe mettendo vicino ad sn un'altra calamita uguale. Lo stesso si dica per n ~~[illegible]~~ correnti uguali.

(1) linee di induzione che ~~[illegible]~~ si producono)

$$\sigma = nJ.$$

Se questo è la densità del magn. sulla faccia N. la quantità di magnetismo su essa esistente si avrà moltiplicandola per l'area A di una spira; sarà

$$AnJ$$

(eguale e di segno opposto si avrà sulle faccie Sud).

Se l è la lunghezza del solenoide, il momento magnetico della calamita equiv. ad esso sarà

$$lAnJ$$

Ma $ln = N$ numero totale di spire onde il mom. è

$$ANJ$$

AN dicesi superficie S del solenoide, si ha il momento espresso da

$$SJ$$

Ritorniamo al teorema fondamentale a pag. [illegible]

Potremo calcolare, come si fece per le lamine magnetiche, i potenziali, le energie ecc.

Il V prodotto in un P da una lamina magnetica AB di potenza J è dato da

$$V = J\omega$$

ove ω è l'angolo solido sotto il quale il contorno di AB è visto dal P. $\omega > 0$ se la faccia vista da P è Nord.

A

i

J

P

B

Ora AB rappresenti il circuito chiuso percorso da una corrente i, e di intensità magnetica $J = hi$. Per il teorema di una costante si potrà scrivere anche per il pot. prodotto da i su P:

$$V = J\omega$$

ω sarà > 0 se P è a sinistra di un osservatore che sta... guardando verso l'interno del circuito, sarà < 0 se a destra.

Noto V si possono calcolare i lavori.

Sia un foglio magnetico piano di intensità J e la faccia N a destra. In P sia una unità 1 di magn. N se P è infinitamente vicino a AB si ha

A

Sud

Nord

P'

P

B

$$V = 2\pi J$$

P venga in P' infinitamente vicino alla faccia Sud e a P. In P' si avrà

$$V' = -2\pi J$$

La diminuzione di potenziale sarà

Se $\int H_s\,ds$ ha il valore costante $4\pi n I$, indipendentemente dalla presenza del ferro: la presenza, qualità, dist., etc. del ferro nel circuito magnetico, fluisce grandemente sulla distribuzione della forza H_s lungo la linea chiusa.

Per vederlo consideriamo la fig. (3) e vediamo che per C passano le lB le cilindriche come S, passando per C, concatenate con la corrente. Il numero delle lB è tanto maggiore quanto > è μ e quanto più è stretto C (lo si vide prima). Ora in C le lB si confondono con le lH, onde in C se μ ha un gran numero si ha un campo di intensità notevolmente più forte che nel restante circuito magn. non esistesse il ferro: $\int H_s\,ds$ è invece indipendente dall'esistenza del ferro: se non esiste, H_s ha in ogni posiz. lo stesso valore, se esiste il ferro in C la forza è assai superiore al valore medio e sarà minore nel restante circuito.

La forza si accumula ove non si ha resistenza magnetica. Se per una resistenza infinita, nello spazio da essa occupato sarebbe $H=0$.

Ritorniamo alla lamina magnetica semplice equivalente ad una corrente elettrica.

Sia AB un circuito percorso da una corrente I e una massa magnetica m. Calcoliamo l'energia del sistema. Nel punto m si avrà il potenziale prodotto dal foglio magn. equivalente:

$$V = I\omega$$

La massa m si sposti di infinitesimo allora le forze fanno un lavoro

$$-m\,dV = -Im\,d\omega$$
$$= -d(Im\omega)$$

Se si hanno parecchie masse come m, il lavoro complessivo sarà

$$-\Sigma\, d(Im\omega) = -d(I\,\Sigma m\omega)$$

$I\Sigma m\omega$ è quindi, a meno di una costante, l'energia. Ora l'energia rimane la stessa se le masse, come pure si può muovere AB: ora $I\Sigma m\omega$ è l'energia di una corrente in un campo prodotto da masse magnetiche. —

Ora $\Sigma m\omega$ è il flusso di forza del campo magnetico prodotto da m. to ba, sulla superficie di cui AB è il contorno, $\Sigma m\omega$ è quindi il flusso per tutte le masse: così ponendo

$$\Phi = \Sigma m\omega$$

si ha l'energia espressa da

$$I\Phi$$

Φ è pure il flusso che passa attraverso AB (1)

L'energia disponibile quando una corrente si trova in un campo magnetico è la [di una] certa tal uguale alla intensità elettromagnetica moltiplicata per il numero di linee d'induzione passanti dentro il circuito della corrente.

Il segno di Φ sarà >0 o <0 secondo che le linee B entrano nel circuito dalla sinistra o dalla destra della corrente (l'osservatore guarda verso l'interno)

Regola più comoda. Se la corrente guarda verso la direz. delle linee di induzione, Φ sarà >0 o <0 secondochè la corrente ha dentro il circuito il braccio sinistro o destro.

Migliore le regole di Maxwell. Una vite destrorsa con l'asse normale al piano della corrente giri nel verso della corrente: ~~il dado~~ se la vite è ferma il dado si muove: il verso >0 è quello nel quale si muove il dado. — ~~Nel caso della fig.~~ (Il verso >0 è l'opposto del verso >0 del flusso B prodotto dalla corrente).

Lezione XXIII 31-1-90

Poniamo dato $I = \text{cost.}$. Allora le forze che si esercitano sulla corrente per effetto del suo stato nel campo magn. fanno un lavoro >0 o <0 ogniqualvolta Φ varia. Se cioè il circuito si sposta Φ varia. Se nella posiz. iniziale è Φ_1 e nella finale Φ_2 la diminuz. dell'energia sarà $I(\Phi_1 - \Phi_2)$ che sarà >0 se $\Phi_2 > \Phi_1$ (le forze agenti sulla corrente tendono ad impedire il movimento, ma producendo lo spostamento si è dovuto spendere un lavoro) Se si lascia che la corrente si sposti liberamente nel campo, il lavoro delle forze del campo è certo >0.

---

(1) Il flusso di B prodotto dal campo magnetico esistente ... quello prodotto dalla corrente.

le correnti si muovono in modo che Φ diminuisca. La corrente si trova in equilibrio stabile quando Φ ha il minimo valore algebrico compatibile coi movimenti di cui è suscettibile il circuito. — Se il circuito può prendere posizioni per le quali Φ diventi <0, la cond. di equilibrio stabile è che Φ sia il minimo dei valori <0: il massimo valore numerico. —

Esempio. Nel campo magn. tracc. uniforme, due una corrente circolare AB. Le L. del C B siano perpendicolari al piano di figura, dal dinanzi verso il di dietro. Il circuito possa rotare intorno all'asse XX — Sia i la direz. della corrente; Φ sarà >0 e ~~area~~ AB è massimo. Si ha equilibrio instabile. Si avrà equilibrio ~~st~~ stabile quando il circuito abbia rotato di 180°. (~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

Se da quest'ultima posizione si volesse portare la corrente in un'altra ~~pos~~ bisognerà spendere il lavoro

Si può avere un circuito variabile, con una parte ferma ed una mobile. Applicando a questo il teorema dell'energia si può trovare quale sono le forze che un pezzo qualunque di conduttore subisce trovandosi in un campo magnetico. Basta immaginare un circuito che comprenda il pezzo considerato, supporlo mobile e cercare quale deve essere il movimento perchè varî Φ. Si può allora dedurre le forze.

Sia ad es. un circuito nel quale per mezzo d'una pila P si produce una corrente, PA, PB siano fissi; AB ~~[illegible]~~ sia invece mobile. Cerchiamo le forze che agiscono su AB per effetto di un campo magnetico uniforme con L. d. i. perpendicolari al piano della ~~[illegible]~~ carta, dal dinanzi al dietro. AB non sia però in gen. parallelo al piano della lavagna, come è indicato nella proiez. (2) di-[illegible] la inclinazione di AB su un piano perpendicolare a AB. — Se la corrente ha il verso i ~~la~~ sarà $\Phi>0$ ~~[illegible]~~ AB si

campo magnetico qualunque (purchè costante)
Scriveremo la formula

$$f = IH \sin\theta\, dl$$

Esempio. Sia il campo prodotto da una sola massa m e a distanza r un elemento di corrente $AB = dl$. Sulla corrente posta in AB la forza sarà perpendicolare al piano mAB. Se mA' è la direz. del campo la forza sarà diretta dal davanti al di dietro della figura.

Si avrà $H = \frac{m}{r^2}$ onde $f = \frac{Im \sin\theta\, dl}{r^2}$

Sia ora una corrente circolare, nel centro una massa magnetica m. Consideriamo un tratto AB della corrente, si cerca la forza esercitata da m su AB (che sarà pure a meno del segno quella esercitata da AB su m). Se m è pos. su un elemento dl si avrà f la forza

$$f = \frac{Im}{r^2} dl$$

(perchè $\theta = 90°$) diretta dal davanti al di dietro. Sarà uguale per qualsiasi elemento. Per il tratto AB la forza sarà

$$f = \frac{Im}{r^2}\int dl = \frac{Iml}{r^2}$$

e quindi la forza per tutto il circuito si avrà

$$f = \frac{Im\, 2\pi r}{r^2} = \frac{I\, 2\pi m}{r}$$

Sia ora $l = 1$, si ha

$$f = \frac{Im}{r^2}$$

Sia $m = 1$, $r = 1$ e

$$f = I$$

che dà la definizione dell'int.ª elettromagnetica delle correnti: è rapp. dal medesimo numero che rappresenta la forza che una porzione della corrente di lunghezza 1, collocata sopra una circonferenza di raggio 1 eserciterebbe su una massa magn. 1 situata nel centro.

Veniamo alla consideraz. della energia di una corrente in un campo magnetico. — Si dimostrò che tutte le volte che una corrente produce o obbliga a spendere lavoro, ha luogo ove vi è una forza elettromotrice. — Fu esaminato il caso dei lavori chimici — Si può ora prevedere che col mezzo di lavori fatti da correnti elettriche in campi magnetici si potranno produrre forze elettromotrici. — Si trovò l'equazione della

energia $J\Phi$. Se ora si produce un movimento per il quale Φ varia si avrà prodursi una e; della quale possiamo trovare una espressione. — Se le deformazioni [?] agendo sulla corrente si spende un lavoro w, si produce una forza elettromotrice

$$e = \frac{w}{i}$$

Se in un tempo dt il flusso di induzione subisce una variazione $d\Phi$, e si spende sulla corrente mobile un lavoro uguale all'aumento dell'energia, cioè $Jd\Phi$. Nella unità di tempo si ha $\frac{Jd\Phi}{dt} = w$ onde $e = \frac{J}{i}\frac{d\Phi}{dt}$. Ora $J = ki$ (k cost.) onde

$$e = k\frac{d\Phi}{dt}$$

Si può scegliere tali unità di misura che sia $k=1$ (ciò appunto si fa in pratica). Allora

$$e = \frac{d\Phi}{dt}$$

Ogni qualvolta si fa muovere un circuito in un campo magnetico in modo che Φ varî col tempo, che $\frac{d\Phi}{dt}$ sia diverso da 0, si genera nel circuito una forza e. —

Noi finora abbiamo considerato un circuito percorso da corrente: ma nella espressione di e ~~è indipendente da~~ i non figura, onde e è indipendente da i. Il ricorrere al buon senso fa indovinare che una forza e si produrrà anche se $i=0$ se il circuito metallico [?] non è percorso alcuna corrente — Ciò fu dimostrato sperimentalmente dal Faraday (1831). Il Faraday dimostrò che basta far muovere un conduttore in un campo magnetico, per produrre una forza elettromotrice, che si manifesta come corrente se il circuito è chiuso, come una differenza fra i potenziali di due suoi punti del circuito se questo è aperto. — Il fenomeno si chiama induzione; la forza elettromotrice dicesi indotta, se ne ha corrente corrente indotta; il campo magnetico di cui induttore; è prodotto da calamite, elettrocalamite, o correnti induttrici.

Si supponevano gli induttori fissi e indotti mobili: però lo stesso sussiste se si suppone l'indotto fisso e l'induttore mobile.

Correnti indotte. 1° Circuito completo. Per ~~variare Φ~~ avere una certa e deve ~~...~~ far variare Φ. e ha il segno di $\frac{d\Phi}{dt}$, e è positivo se è o il numero di linee di $\mathfrak{B}$ che si aggiungono a quelle che prima passavano; se l'aumento in dt è $d\Phi$, $\frac{d\Phi}{dt}$ sarà il valore di e. Se la [?]

(Se quindi è [illegible] verso [illegible] >0 nei due circuiti; il f.l.B

Ia è quindi sarà rispetto ad essa <0, [illegible]

[illegible] positivo per A [illegible]

<0 per [illegible] stesso [illegible]

— Φ. Se si fa variare I_b varia Φ onde in A si produce una e d'induz. — Se A e B hanno forme e posizioni fisse il f.l.B dipende solo da I_B e le è proporzionale

$$\Phi = M I_b$$

Essendo ora $e = \frac{d\Phi}{dt}$ si ha (poichè Φ si deve per la convenzione fatta prendere <0)

$$e_a = -M \frac{dI_b}{dt}$$

Se a I_b si sostituisce la lamina magnetica equivalente I_b ne è la potenza magnetica. Se questo è =1 è M=Φ. M è il f.l.B (quindi [illegible]) che passa dentro A in ragione dell'esistenza di una foglia magnetica B di potenza 1. — Se in A si introduce un polo magnetico 1, esso produrrebbe [illegible] f.l.B uguale a quello che B fa passare entro A. — Ritornando [illegible] le correnti: M è il f.l. passa entro uno qualunque dei circuiti A e B quando l'altro è percorso da una corrente I=1. — Se invece di avere una corrente induttiva in B la si avesse in A (I_a) in B si avrebbe, quando varia I_a

~~$e_b = -M \frac{dI_b}{dt}$~~ $e_b = -M\frac{dI_a}{dt}$

(M ha lo stesso valore per e_a ed e_b; ciò è reciproco completo) M si dice coefficiente di induzione mutua fra i circuiti A e B.

Supponiamo che uno dei due circuiti si modifichi per forma, dimensioni, posizioni fino a confondersi con l'altro. Per ogni nuova forma e funzione del circuito variabile M prende un nuovo valore: e tende verso un valore limite determinato dalla forma comune finale dei due circuiti. È il numero di l.B che un circuito percorso da I=1 fa passare entro se stesso. Si chiama L questo valore: si chiama coefficiente di induzione del circuito su se stesso, o coefficiente di autoinduzione: più spesso coefficiente di selfinduzione. Ora si va introducendo la parola ancor più barbara induttanza.

Per un dato circuito L è perfettamente determinato, e lo potrebbe calcolare con quanto si è vi-

-tio. Se L ha un valore determinato, ogniqual-volta si fa cessare una corrente percorrente in un circuito chiuso, si produce in esso una e di auto-induzione il cui valore è dato da

$$e = -L \frac{dJ}{dt}$$

Questo fatto si può rappresentare considerando la corrente che autoe genererebbe nel circuito qualora esistesse sola, e sovrapponendola alla corrente costituente se non avesse luogo la autoinduzione. La corrente dovuta alla autoinduzione prende il nome di extracorrente, la seconda dicesi corrente principale. La extracorrente ha il segno di e, quindi la direzione di J se $\frac{dJ}{dt} < 0$ (la corrente principale diminuisce di intensità) direz. opposta se $\frac{dJ}{dt} > 0$ (la corrente primaria cresce col tempo). Se si ha un interruttore, chiudendolo la extracorrente è < 0, diminuisce l'intensità della corrente principale, questa cresce meno rapidamente; se si rompe il circuito la corrente principale diminuisce, la extracorrente è > 0, cospira con la principale: produce un potenziale più alto nel tratto del quale la corrente andava verso il punto dove si è fatta la interruzione, minore nel tratto che se ne allontana. Si ha un effetto paragonabile a quello del colpo d'ariete nelle condotte d'acqua. Le extracorrenti di cui si parlò si dicono di rottura e di chiusura del circuito.

Si considerò il caso più semplice di un circuito semplice circolare; si può immaginare un circuito qualunque (p. es. una spirale) e a questo si applicano tutte le definizioni date.

Bisogna fermare la attenzione sul caso che lo spazio sia occupato da corpi magnetici p. es. ferro. Allora non si può più dire che Φ che si genera dalla corrente passata nell'[illegible] circuito è proporzionale all'intensità della corrente; si può dire solo in generale che Φ è una funzione crescente di J. Si avrà

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dJ}\frac{dJ}{dt}$$

Ponendo $M = \frac{d\Phi}{dJ}$ si ha

$$e = -M\frac{dJ}{dt}$$

si potranno usare le stesse denominazioni ricordando che M non è costante, è funzione di J.

Si sa che facendo crescere la corrente magnetizzante di una elettrocalamita, l'intensità di ~~que~~ magn. del ferro cresce tendendo a un limite di saturazione. Quindi $\frac{dQ}{dJ} = M$ fra due spirali con nucleo di ferro è ~~tanto~~ crescente tanto più lentamente quanto ~~...~~ più grande è J.

La stessa osservazione si dovrebbe fare per I che è funzione analoga di J.

Da che cosa dipendono M ed I. Consideriamo I. Se il conduttore è rettilineo, o con grandi raggi di curvatura, conseguentemente I è piccolo, gli effetti di autoinduzione sono trascurabili, ~~tutti~~ pochi casi speciali, quando $\frac{dJ}{dt}$ varii rapidamente, come nelle condutture telefoniche. Valori più grandi prendono I per fili piegati in modo che le varie parti siano ravvicinate, meglio se si ha un solenoide; in tal caso i valori di I sono [illegible] trascurabili. Più grandi ancora sono i ~~...~~ valori di I quando ~~il~~ ~~...~~ la spirale abbia un nucleo, perchè allora $\int B$ è assai più forte. I massimi valori si hanno facendo uso di nuclei di lunghezza infinita, in pratica anelli di ferro, perchè allora $\int B$ è massimo.

Lo stesso si può ripetere per M. Sarà piccolo per due circuiti rettilinei o a grandi ~~...~~ raggi di curvatura, almeno che $\frac{dJ}{dt}$ sia ~~grande~~ grande (correnti variabili rapidamente) come nelle condutture telefoniche. — M cresce con spirale vicine, meglio intrecciate; più ancora se si hanno un nucleo di ferro, meglio ancora anelli sui quali sono avvolte le due spirali.

Annullamento dell'autoinduzione. Bisogna disporre il conduttore per modo che Q sia piccolo. Se si vuole avere una spira in tali condizioni bisogna ~~...~~ avvolgere il filo raddoppiato, perchè la $\int B$ che è ... filo a è uguale per il filo vicino b. Si fa applicazione di questa proprietà nei reostati. Il nucleo sarà naturalmente un corpo non magnetico.

Lezione XXV 5-2-90

Unità di misura.

Misurare i ~~tre~~ ~~grandezze~~ trovare il rapp. fra una grand. e un'altra della stessa specie presa come termine di confronto per tutte le grandezze della stessa specie. Quest'ultima grandezza dicesi: unità di misura. Le grandezze sono espresse dai numeri rapporti fra queste e l'unità. Per ogni specie di grandezza occorre una unità di misura. Per unità può prendersi qualunque grandezza purchè ben definita e inalterabile o riproducibile. Ma l'unità o può essere un campione costrutto o scelto fra le naturali; dicesi allora empirica o arbitraria – tale è e sarà sempre la unità di lunghezza. Perchè possano servire bene si richiede che il campione sia conservato in modo da essere inalterabile e che non possa perdersi o si possa ad ogni bisogno ricostruire. Una volta tutte le unità di misura adoperate erano empiriche: tali sono ancora in qualche paese.
L'unità di misura può essere definita enunciando la relazione fra essa e le unità di altre specie di grandezza. P. es. così si può definire la unità di superficie di volume. Si ha una unità derivata. È evidente che per la teoria e per la pratica sono più convenienti delle empiriche. Per la teorica perchè riduce al minimo i dati arbitrari assunti; per la pratica perchè semplifica i calcoli.–
Il minimo numero delle unità arbitrarie è determinato dalle quantità che si devono misurare. Per le misure geometriche ne basta una sola; conviene prendere quella di lunghezza. Se si passa alla cinematica interviene l'elemento tempo che richiede una nuova unità arbitraria. Se dalla cinematica si passa alla meccanica è necessaria una terza unità arbitraria, l'unità di massa. Le tre unità arbitrarie sono sufficienti per la meccanica, lo sono per tutti i rami della fisica (come quello del quale ci occuperemo) i fenomeni dei quali hanno relazioni ben definite con la meccanica. Sebbene si potrebbero scegliere altre unità arbitrarie, è più naturale ricorrere alle tre indicate: lunghezza, tempo, massa.
Un sistema di misure derivato dalle tre unità nominate prende il nome di sistema assoluto. Esso è quello

Riducendo a ½ la unità di tempo, è quadruplo quella di acc.ne
Forza. Unità di forza è quella che applicata alla unità di massa le imprime l'unità di accelerazione
LMT^{-2}
Momento e lavoro delle forze sono grandezze della medesima specie: forza × lunghezza.
L^2MT^{-2}
Potenza motrice lavoro compiuto nella unità di tempo.
L^2MT^{-3}
Resta ora da scegliere L, M, T. Fatta astrazione da casi speciali, per la elettrotecnica conviene prendere come unità L il centimetro, come M la massa di 1 grammo, che noi chiameremo grammo, come T il 1'' del tempo solare medio. Questo sistema si chiama centimetrico. In alcuni casi si adoperano altre unità. Il Weber adoperava il mm. ed il mmg. ed era millimetrico. Si dice sistema C.G.S. Si avrà allora la definizione completa delle unità meccaniche considerate.
Velocità CS^{-1} Accelerazione CS^{-2}, Forza CGS^{-2}, ~~Momento e lavoro C^2G~~ Momento e lavoro C^2GS^{-2}
Potenza motrice C^2GS^{-3}.
Però a quelle unità di misura che ~~si~~ vengono più spesso in uso si sono dati dei nomi speciali. L'unità di forza si dice dine = 1 (CGS). Esprimiamo il chg. in dine. Il Chg. è una forza che a 1000 grammi (massa) imprime la accelerazione $1000 \times 9,81$. Quindi 1 Chg. vale 981000 dine. $= 10^5 g$. dine ove g 9,81. La dine è un po' meno di 1 ~~chg.~~ mmg. Il rapporto varia con g. Si vede che nella meccanica ordinaria l'unità di peso è arbitraria. La dine conviene per le misure magnetiche, ove si hanno a considerare piccole forze.
Unità di lavoro è il lavoro di una dine su un centimetro. Le si dà il nome di erg. 1 Chilogrammetro sarà $10^5 . g \times 100 = 10^7 g$ erg. L'erg è un lavoro molto piccolo: onde nelle misure elettriche che riguardano l'industria si usa per unità un multiplo di erg. Essa è 10^7. erg = Joule (circa $1/10$ di chilogrammetro). Si ha g Joule 1 Chgrammetro.
Unità di potenza motrice è 1 erg. per 1''. Se si tratta di misure nelle quali si usa per il lavoro il Joule, l'unità di potenza motrice è 1 Joule per 1''. Joule (secondo) si dice Watt. Per i multipli delle unità si usano le indicazioni del sistema decimale. Per le potenze moto

-ci si usa il chilowatt (mille watt) o a 102 chg. per 1''. L'unità in uso per la potenza motrice, il dato cavallo-vapore; (75 kg in 1'' per noi) (76 per gli inglesi) vale 75 × g watt = 736 watt circa. (Il cavallo vapore inglese è invece 746 watt circa).
Ultimamente gli elettrotecnici fecero una convenzione impegnandosi di non usare il meno possibile il cavallo vapore come unità di potenza motrice

Lezione XXVI   7-12-90.

Unità magnetiche ed elettriche

Si possono dedurre dal sistema assoluto

Unità magnetiche.

1° Quantità o massa magnetica. La [illegible] per [illegible] per semplificare [illegible].
Si suppone di scegliere le unità per modo che nella formula di Coulomb sia $k = 1$; onde $f = \frac{mm'}{r^2}$. Poichè [illegible] le unità di lunghezza e di forza colle quali sono espresse f ed r è tolta la unità di massa. Sia $m = m'$ si ha $m = r\sqrt{f}$. Sia $r = 1$; quando $f = 1$ è $m = 1$, quindi: È uguale ad uno quella massa magnetica che su di una massa uguale e posta a distanza uno esercita una forza (repulsiva) uno.
Nel sistema C.G.S.: È la massa che su una massa uguale e posta a distanza uno esercita una forza di 1 dina. — Il merito di aver dimostrato la possibilità delle unità assolute spetta al Gauss. Le definizioni di unità di magnetismo ora date fu data dal Gauss in una memoria presentata all'accademia delle scienze di Göttingen nell'anno 1844 — (Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata). Il Gauss fu coadiuvato dal suo assistente Wilhelm Weber; i cui lavori incominciarono col Gauss nel 1841 e che ha dopo di lui il maggior merito nella adozione del sistema assoluto.
Le formole [illegible] si hanno le dimensioni della unità di massa. Saranno $L\sqrt{LMT^{-2}} = L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$
e nel sistema centimetrico $\frac{cent^{3/2}\, gramma^{1/2}}{secondo}$

2°. Unità di forza magnetica, intensità di campo magnetico H, è l'intensità della forza agente sulla massa 1. Si ha $f = mH$, onde $H = \frac{f}{m}$; quindi le dimensioni:

$$\frac{LMT^{-2}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}}M^{1/2}T^{-1}$$

3° Unità di densità di magnetismo su una superficie

$\sigma = \frac{m}{S}$. Le dimen.ⁱ saranno $\frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{L^2} = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$

Si vede che la densità superficiale di magnetismo è una grandezza della stessa specie della ~~forza~~ intensità del campo. Ciò si poteva prevedere ricordando la relazione $H = 2\pi\sigma$, 2π è un numero, e così, come si trovò, H e σ sono grandezze omogenee.

4° Flusso magnetico. È dato da $\Phi = HS$ (per un campo uniforme e una superf.ᵉ S normale alla direz. del campo) Le dimensioni saranno:

$$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \times L^2 = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$$

le stesse dimensioni di una massa magnetica. Ciò si poteva prevedere ~~[illegible]~~; si trovò infatti $\Phi = \Sigma m\omega$. Ora ω è una grandezza che non ha dimensioni, onde Φ ed m hanno le stesse dimensioni e sono omogenee.

5° Unità di potenziale magnetico. È un lavoro fatto dalla massa 1. Sia ~~la~~ una massa m che in un campo uniforme si sposti nella direzione del campo per una lunghezza s, la forza agente su m. Il lavoro è fs. Se $m = 1$ è $H = f$, e sarà Hs variazione del potenziale. Esso sarà 1 se ~~H=f~~ $H = 1$ ed $s = 1$. Le dimensioni saranno.

$$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \times L = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

6°. Unità di momento magnetico. Il momento è ml. Le dimensioni saranno

$$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \times L = L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}$$

7°. Unità di intensità di magnetizzazione è $I = \frac{\text{mom.}^{to}}{\text{volume}}$
Le dimensioni saranno

$$L^{5/2} M^{1/2} T^{-1} : L^3 = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Sono le dimensioni di H e σ. Il che era prevedibile, perchè σ è la componente normale di I nel punto della superficie considerato. Poi si che se H ed I non fossero grandezze omogenee, sarebbe assurda la espressione della induzione $B = (H + 4\pi I)$ (1)

8° ~~Unità~~ di induzione magnetica. Per la formula (1) avrà le stesse dimensioni di H ed I

$$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

9° Unità di ~~[illegible]~~ $k = \frac{I}{H}$ e permeabilità ~~[illegible]~~ $\mu = \frac{B}{H}$; ~~le dimensioni~~ Ciò mostra che k e μ sono dei numeri.

10° ~~Potenza~~ lamina magnetica $J = \sigma l$, le dimensioni saranno

$$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \times L = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

(lamina 1 è sempre infin.ᵉ $J = 1$ quando $\sigma l = 1$)
Le dimensioni sono quelle di V. Ciò si poteva prevedere poichè il pot. prodotto da una lamina in un punto è $J\Omega$ ...

e $V = I\omega$ essendo ω un numero, V e I hanno le grandezze omonime

Unità elettriche

Tutte le grandezze elettriche si possono esprimere con numeri se si hanno unità per le seguenti 6 grandezze: (per distinguerle dalle magnetiche m)

1. Quantità di elettricità che indicheremo con q
2° Intensità di corrente — i
3° Potenziali V e forze elettromotrici e — V; e
4° Resistenze elettriche — r
5° Capacità elettrostatiche — C
6° Coefficienti di induzione — M; L

Però fra queste 6 grandezze si hanno 5 equazioni indipendenti

$q = it$ (1) $W = qV$ (2) o $w = ei$ (2')

$e = ri$ (3) $q = CV$ (4) $e = -\frac{M}{L}\frac{di}{dt}$ (5)

Quindi stabilitane una, le altre 5 troveranno la loro definizione nelle 5 equazioni scritte.
Vi sono due modi principali di fare tale scelta. 1° definire una unità di misura per le masse elettriche q per mezzo delle forze elettrostatiche, come si fece per il magnetismo. Questo è evidentemente il modo più conveniente tutte volte che si hanno a considerare le forze elettrostatiche. Tale sistema dicesi elettrostatico. Per noi non è il più conveniente, perchè dobbiamo occuparci essenzialmente di correnti. Tuttavia non possiamo tralasciare di parlarne.
Si ricorrerà alla formula di Coulomb supponendo $K=1$. Si avrà $f = \frac{qq'}{r^2}$. Le dimensioni di q saranno quelle di m. $L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$.

Unità di intensità i. Da (1) si deducono le dimensioni

$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} : T = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$

Unità di potenziale V, e si deduce dalla (2) $V = \frac{W}{q}$

$L^2 M T^{-2} : L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$

Resistenza elettrica r. Per la (3) $r = \frac{e}{i}$ e per un tratto di filo nella intensità si hanno potenziali che differiscono di V si avrà $r = \frac{V}{i}$. Si avrà

$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} : L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} = L^{-1} T$

è il reciproco di una velocità.

Capacità elettrostatica. Da (4) si ha $C = \frac{q}{V}$ onde le dimensioni saranno

$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} : L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} = L$

nel sistema elettrostatico.

6° Coefficiente d'induzione M.L. Le dimensioni di induzione (da 5)

$$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2} \times T : L^{1/2}M^{1/2}T^{-1} = L$$

sono le dimensioni di una lunghezza (come la unità).

Per le grandezze elettriche l'idea del sistema assoluto appartiene al Kirchhoff che ne fece menzione in una memoria nel 1849. Ma il merito di aver dato sostanza al concetto e di avere definito tutti i possibili sistemi di unità, e di avere eseguite delle misure devesi a Wilhelm Weber (professore a Göttingen vivente ancora). Egli pubblicò le sue ricerche in 3 classiche memorie Elektrodynamische Maassbestimmungen (1852-1864). Nella 1a Widerstandsmessungen; nella 2a varie misure, nella 3a relazioni di elettricità, Elektrische Schwingungen (delle quali si parlerà in seguito. Egli fece misure pratiche coadiuvato dal Kohlrausch(?) ha diverse ~~scoperte~~ dei Weber ha grande importanza: basta pensare alle condizioni nelle quali si trovavano prima le misure elettriche, specialmente quelle di resistenza, le più importanti. Si prendeva per unità ~~un dato campione di filo~~ la resistenza di un dato campione di filo. Le esperienze non erano quindi paragonabili. Dal 1848 il Jacobi ebbe la idea di unificare le misure con un artifizio: preparò un filo di rame in modo da poterlo conservare bene, e lo mandò come modello al Poggendorff (direttore del più importante giornale di fisica di allora) perchè servisse a confrontare i varî campioni usati nei varî laboratorî. La idea quantunque attuata non ebbe risultati importanti. 1° Perchè la resistenza è variabile colla temperatura, del che non si teneva conto allora; 2° la res. varia con la struttura che è fatta variare dal passaggio della corrente. La importanza del lavoro di Weber fu subito apprezzata ma non uscì dai laboratorî scientifici e anche da pochi di questi. Una delle ragioni è che le definizioni di Weber sono precise, ma per la pratica hanno il difetto di non dare idea tangibile; il campione è necessario per la pratica, perchè si possa riprodurre. Sorse quindi un altro sistema di unità di resistenza, che ebbe più favore ~~[illegible]~~. e in pratica. La si deve a Werner Siemens (Siemens e Halske) resistenza di una colonna di mercurio puro a 0°, di

1 mm.² di sezione e lunghezza di 1m. È una unità empirica, senza molto fondamento, perchè con un metallo liquido non si hanno variazioni di struttura, la purezza e la temperatura si possono bene definire. — Siemens stesso, oltre che essere scienziato e buon costruttore, diede grande diffusione alla sua unità fabbricandone e mettendo in commercio dei campioni, costituiti di fili di platino, confrontati con le unità mercuriali. — La pratica fece dimenticare la proposta di Weber, che però continuò gli studi misurando l'unità di Siemens con le unità elettrostatiche, e dimostrando che si potevano fare dei campioni di misure assolute. Ma nel 1861, il problema delle misure elettriche (resistenza) era diventato di attualità; si trattava di porre il primo cavo telegrafico traverso l'Atlantico, cosa impossibile senza la possibilità di fare misure. La British Association creò una commissione per lo studio della questione, ne facevano parte William Thompson, Jenkin etc. Essa pubblicò tre relazioni (1861-1870) concludendo per il sistema elettromagnetico, come quello di Weber, però scegliendo invece del mm. il cm. il gr. e 1" (CGS) e notò che alcune unità derivate pratiche erano o troppo piccole o grandi: onde propose di moltiplicarle per potenze di 10. Per unità di resistenza propose in modo di avvicinarsi alla unità Siemens, 10^9 cent./secondo. È quella che si avrebbe prendendo per unità di lunghezza invece del cent. 10.000 di metri, il quadrante del meridiano terrestre. — La Commissione propose di dare alle unità di misura dette dei nomi derivati da quelli di persone. Per quella di resistenza propose il nome di ohm.

Per l'unità di forza elettromotrice propose $10^8 \frac{cent^{1/2}\, gr^{1/2}}{secondo^2}$ detta volt.

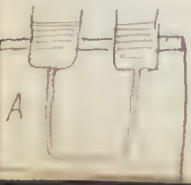
La Commissione non fece altre proposte concrete, si limitò a osservare che per le altre unità il nome di farad. Se ne fece uso per qualche anno solo da ... senza generalizzazione della pratica. Le unità volt e ohm furono però adottate subito. fin dal 1870. — Quando però, non esistendo alcuna

convenzioni internazionali. — Veniva naturale di
prendere per unità di $i = \frac{1\,volt}{ohm} = 10^{-1}$ (CGS). Ciò
fu fatto dai pratici, ma la confusione nacque nel
dare un nome a questa unità; molti le dettero il
nome di weber; ma alcuni diedero lo stesso nome
alla unità di quantità di elettricità ~~[illegible]~~ corrispon-
dente alla 10^{-1} (CGS); altri chiamavano weber la unità
(CGS), altri ~~[illegible]~~ la unità di intensità, altri di
capacità nel sistema mm, mmgr, secondo. — In tali
condizioni quando nel 1881 si aprì il congresso
~~di delegati dei governi~~ di elettricisti delegati dai
governi a Parigi. — Esso si occupò del problema
delle unità di misura. — Vi furono delle proposte di
abbandonare per allora il sistema assoluto, per la
difficoltà degli esperimenti; adottando come uni-
tà base quella di Siemens ([illegible]).
Però trionfarono le idee degli inglesi, e si adottò
il sistema elettromagnetico e le unità ohm e volt.
Per le intensità per togliere ogni confusione, si sacrifi-
-cò il nome di weber, e si adottò il nome di
ampère $= 10^{-1}$ CGS. Per la unità di quantità
si adottò un nome diverso; 1 ampère per 1
secondo si chiamò ~~1~~ coulomb $= 10^{-1}$ (CGS) — Per
la capacità elettrostatica si adottò il farad
$= \frac{coulomb}{volt} = \frac{10^{-1}(CGS)}{10^{8}(CGS)} = 10^{-9}$ (CGS) immensamente più
piccola delle unità CGS ma ancora tanto grande che
si adottò quasi sempre una frazione di esso. —
~~Il~~ Per l'unità di coeff. d'induzione il congresso
di Parigi non adottò un nome speciale; esso sareb-
-be il quadrante terrestre. anche perchè non aveva
allora grande importanza il ramo di scienza che
lo dovrà considerare più. Ayrton e Perry osserva-
-rono che un coeff. di induzione ha le dimensio-
-ni di una resistenza × per quelle di un tempo. Per-
-ciò l'unità si può definire ohm × secondo. Essi
proposero quindi il nome di secohm; la questione
fu portata nel congresso di Parigi del 1889; si decise
di adottare la parola quadrante.
~~[illegible]~~ Per alcune unità sopraindicate la gran-
-dezza non è quella che meglio conviene; e inoltre
talora si devono misurare ~~[illegible]~~ quantità assai gran-
-di, in altri piccolissime. Oltre le unità principali
occorrono [illegible] dei multipli, dei sottomultipli. Si è ma-
-i è convenuto di adoperare lo stesso siste-
-ma nel sistema metrico decimale. Però ~~alcuni~~

130 [illegible] di sottomultipli [illegible], si [illegible] col prefisso micro, 1000000 mega-.
[illegible] 1000000
microhm, megohm, etc.
Se si adoperano per unità elettriche le definite, [illegible] vantaggio di adoperare tutte [illegible] per le grandezze meccaniche: lavori e potenze motrici.
Lavoro $W = qV = 10^{-1}$ (CGS) $\times 10^{8}$ (CGS) $= 10^{7}$ (CGS), cioè 10^{7} erg. = Joule.
Potenza motrice: sarà 1 Joule per secondo = watt.
Si usa però sempre il chilowatt = 1 1/2 cav. vap. circa.

Lezione XXVIII 21-2-90

Per fare delle misure effettive bisognava avere mezzo di costruire campioni in base alle definizioni date delle unità. Di ciò si era già occupato il comitato della Associazione Britannica; si occupò poi il congresso del 1881. Considererò per primo la unità di resistenza, che è la più importante. Si aveva il metodo di Siemens, già sanzionato dall'uso: si definiva l'Ohm con la lunghezza di una colonna di mercurio puro a 0° della sezione trasversale di 1 mm². La stessa aveva già fatto nel 1870 il comitato della Associaz. Britannica, che aveva pubblicato le esperienze di Jenkin e Thomson secondo le quali tale lunghezza era 104,83 cm., e aveva fatto costruire dei campioni di filo metallico (2 parti di Pt ed 1 Ag.) isolato, annegato entro paraffina che riempie una doppia scatola cilindrica metallica, che si immerge in acqua per portare la temperatura del filo alla quella di controllo. Le due estremità del filo sono attaccate a due grossi fili di rame, per i quali si fa la connessione, e la cui resistenza nella maggior parte dei casi è trascurabile. Sulla scatola è inciso il valore della resistenza e la temperatura alla quale fu fatta la determinazione. Si può fare le misure ad altre temperature, correggendo i risultati con dati che abbiamo. — Però le determinazioni della Associaz. Britannica sono affette da errore: misure fatte da altri (Joule, Kohlrausch, Rowland, Weber) diedero tutte risultati più grandi di cm. 104,83: non però perfettamente coincidenti (da cm 105 a cm. 107) onde si dovettero

istituire degli studi. Il congresso del 1881 espresse il voto che si riducesse una conferenza internazionale per confrontare i risultati e definire possibilmente la lunghezza esatta. La conferenza si riunì nel 1882 a Parigi; risultò dagli studi che la incertezza della determinazione era troppo grande; (si stabilì di fare altre misure fino a ridurre gli errori probabili ad 1/1000 al più e indicò le avvertenze da aversi nelle determinazioni.
La conferenza si riunì nuovamente nel 1884, ma non si avevano ancora esperienze approssimate come si era deciso. Si stabilì però di prendere una determinazione, e si adottò la lunghezza di cm. 106 con un errore probabile di circa 3 mm. Per distinguere questa misura dall'ohm-teorico, la si chiamò ohm legale: resistenza a 0° di una colonna di mercurio puro, di 1 mm² di sezione e cm. 106 di lunghezza.
Dopo il 1884 si fecero nuove misure, e si hanno idee più chiare dell'Ohm teorico: la lunghezza è di cm. 106,27 a 106,30: la incertezza è di 3/10000. Si stabilirono le norme di massima per la costruz. di campioni: si fabbricano e si costruiscono a Breteuil dei prototipi e dei campioni pratici.
Il prototipo consiste in un tubo di vetro il più che si può calibrato unito per due brevi tubi di gomma con due recipienti, [illegible]. Il tubo si riempie di Hg purissimo, a 60°, 70°: si ~~riempie~~ si mette a posto e si riempiono i recipienti di Hg; i recipienti hanno sezione tale che in qualunque punto si ~~[illegible]~~ immergano dei reofori la resistenza, a meno di quantità trascurabili, sia quella del mercurio del tubo. Si cerca empiricamente una lunghezza tale di tubo che la resistenza sia un ohm, ovvero si dà il rapporto fra la resistenza del campione e quella di 1 ohm legale. — La misura richiede però parecchi giorni ~~della~~ di preparazione e l'apparecchio costa molto (1000 l) — Si fabbricano altri campioni più semplici, come la colonna in fig. Nelle esperienze conviene usare per il contatto reofori di rame (intaccabili da Hg); però bisogna rinnovare il mercurio. Nel vaso A si mette acqua per portare Hg alla temperatura voluta.
Nella pratica corrente si usano campioni

di filo come quello della [illegible] Association
È uno dei campioni di filo solido s'al-
-terano, ma si può sempre verificarli e sosti-
-tuirli con altri paragonabili al 1°. Questi cam-
-pioni potranno durare anni, costano 80-90 L.
Si fanno anche delle spirali di filo (argentana
e platino, o packfong) di date resistenze; si
hanno strumenti con spirali di varie resistenze.
Attualmente si ~~hanno~~ fanno tutte le misure
in Ohm; però si hanno anche in commercio
campioni dell'unità Siemens, costrutti da Sie-
-mens e Halske. È un filo di packfong piegato
in doppio, avvolto a spirale in una scatola di
ebanite, i capi del filo sono uniti a due ver-
-ghe di rame. È indicata la temperatura alla
quale la ~~unità~~ resistenza è di 1 unità Siemens.
[illegible] l'ohm legale si definisce la resisten-
-za specifica il seguente. Si ha che

$$r = \rho \frac{l}{s} \quad \text{onde:} \quad \rho = r \frac{s}{l}$$

si vede che la resistenza specifica è una resisten-
-za X per una lunghezza; ~~sono~~ sar. le sue dimen-
-sioni sono L^2T^{-1} sono espresse in ohm-centimetri.
Per il mercurio si avrà ponendo $r = 1$ $s = 10^{-2}$
$l = 106$. Quindi

$$\rho = \frac{10^{-2}}{106} = 0,0000\,9434 \text{ ohm-centimetri}$$

È opportuno usare il microohm-cent.; si ha

$$\rho = 94,34 \text{ microohm-centimetri}$$

Ridotto poi fuori, ci si fa con metodi sicuri e pre-
-cisi, la determinazione di ρ per tutti gli altri
corpi

Resistenze specifiche in microohm-centimetri a 0°

Metalli	Resistenze specifiche ρ	α	Metalli	ρ	α
Argento ricotto	1,492	+0,00377	Ni ricotto		
" crudo			Sn compresso		
Rame ricotto	1.584	0,00388	Pb "	19.465	0,00387
" crudo	1.621	"	Sb "		
Oro ricotto			Bi "		
" crudo			Mercurio	94.340	0,00072
Alluminio ricotto			Lega 2 Pt + 1 Ag		
Zn compresso			2 Au + 1 Ag		
Pt. ricotto	8.981	0,00247	9 Pt + 1 Ir		
Fe. "	9.636	0,0063	Argentana		

I metalli ~~tempra più~~ hanno più resistenza crudi che ricotti: l'uso li incrudisce. Oltre che con la struttura ρ varia con la temperatura: per i metalli ρ cresce con la temperatura nei limiti ordinari. Si può esprimere ρ con una formula come

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t + \beta t^2 \ldots\ldots)$$

ove ρ_0 è la resistenza a 0°. Ordinariamente basta ritenere

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) \qquad (a)$$

Per Hg si fecero molte determinazioni. Secondo Mascart $\alpha = 0,00086$, $\beta = 0,00000112$.
Per ~~gli altri~~ metalli solidi usati in pratica le variazioni di struttura, per l'effetto della corrente, la ~~resistenza~~ varia purità dei metalli stessi danno luogo ad incerte, e tali che non è razionale in pratica servirsi della formula (a). Si ricorre alla formula più semplice

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) \text{ (semplici)}$$

In media α per tutti i metalli è 0,004, che in pratica dà approssimazione sufficiente. Per le leghe specialmente 2Pt + 1 Ag e Argentana varia fra 0,0002 e 0,0004. Questa è la ragione perché queste leghe sono preferite per la costruzione dei reostati e campioni di resistenza. Anche per i shunt ~~di campi~~ conviene usare invece fili di rame, come per i galvanometri, perché il potere non varia con la temperatura.

Resistenze specifiche dei coibenti

ρ

Mica a Ebonite
Guttaperca Paraffina
Gommalacca

Resistenza specifica di soluzioni saline.

dal per un coefficiente di polarizzazione. Per le pile di Davy e Daniell il coeff. è 0,96; per la Leclanché 0,69 ip. Bunsen e Grove, è variabilissimo. Le pile che si trovano per campioni di forze elettromotrici sono parecchie. La pila campione del Thomson è una Daniell preparata in modo definito: Zn immerso in una soluz. satura di $ZnSO_4$ e Cu in una saturatura di $CuSO_4$ preparata di nuovo ha la e di 1,07 volt. — Pila Latimer-Clark è quella di Davy con Zn, $ZnSO_4$ fuso, $HgSO_4$ in pasta, Hg dove si immerge il carbone. A circuito aperto ha e = 1,435 volt. Non si deve far traversare della corrente, perchè si altera subito.

Lezione XXIX — 24-2-90

Osservazione 1ª. Le unità di misura pratiche adottate dal congresso del 1881 sono multipli delle unità assolute (CGS), cioè

Coulomb $= 10^{-1} C^{1/2} G^{1/2}$, Ampere $10^{-1} C^{1/2} G^{1/2} S^{-1}$
Volt $10^{8} C^{3/2} G^{1/2} S^{-2}$ Ohm $10^{9} C S^{-1}$
farad $10^{-9} C^{-1} S^{2}$ microfarad $10^{-15} C^{-1} S^{2}$
quadrante $10^{9} C$

Però queste unità formano un sistema assoluto [illegible], purchè si prenda ~~come~~ altre unità fondamentali. Infatti le unità dan una intera sta-ma che sono le unità assolute se si prende per unità di lunghezza 10^9 cent. ~~Le si adotta per~~ La unità di massa che si deve addottare si deduce dal Coulomb: le dimensioni di massa nel sistema elettromagnetico sono $L^{1/2} M^{1/2}$; prendendo $10^9 C$ per unità di lunghezza si ha:

$$M^{1/2}(10^9 C)^{1/2} = 10^{-1} C^{1/2} G^{1/2}$$
$$M(10^9 C) = 10^{-2} C G$$

quindi $M = 10^{-11} G$ sarà la unità di massa da prendere. — Le unità fondamentali delle unità pratiche sono dunque

$10^9 C \quad 10^{-11} G \quad S$

Il joule e il watt fanno parte di questo sistema assoluto.
Se si vuole avere un sistema assoluto elettromagnetico conveniente per la pratica, corrispondente ai bisogni e usuali nostri, si deve prendere per unità di velocità enorme (10000000^m per 1'') ed una massa piccolissima, che non si può immaginare. Quindi fatte

136) è certo un indizio della natura dell'agente detto elettricità. Se si volesse indagare la natura di questo agente si dovrebbero combinare fenomeni che avvengono in masse piccolissime con velocità enormi.

Osservazione 1ª – Rapporto fra le grandezze delle unità di misura nei sistemi elettromagnetico e elettrostatico –

Se si conoscesse il rapporto fra il numero che esprime una delle grandezze elettriche nel sistema elettrostatico e quello che rappresenta la stessa nel sistema elettromagnetico, si avrebbe insieme il modo di dedurre i rapporti per le altre grandezze. —

Sia ad es. a il rapporto fra i numeri che rappresentano una medesima quantità di elettricità nel sistema elettrostatico (q_s) e nel sistema elettromagnetico (q_m) .... $a = \frac{q_s}{q_m}$. —

Se si ricorda la relazione

Intensità di corrente $\quad i = \frac{q}{t}$

e contrassegneremo sempre con l'indice s le quantità espresse in unità elettrostatiche, con m nelle unità elettromagnetiche. Si ha

$$i_s = \frac{q_s}{t} \qquad i_m = \frac{q_m}{t}$$

quindi

$$\frac{i_s}{i_m} = a$$

Potenziale. Se si esprime sempre il lavoro in erg si ha w espresso dallo stesso numero qualunque sia il sistema di unità adottato. Si ha

$$w = q_s V_s = q_m V_m$$

Si ha quindi

$$\frac{V_s}{V_m} = \frac{1}{a} \qquad e \qquad \frac{e_s}{e_m} = \frac{1}{a}$$

Lo stesso si ha per le forze elettromotrici.

Resistenza. Per la legge di Ohm $r = \frac{e}{i}$ quindi

$$r_s = \frac{e_s}{i_s} \qquad r_m = \frac{e_m}{i_m}$$

quindi

$$\frac{r_s}{r_m} = \frac{e_s \cdot i_m}{e_m \cdot i_s} = \frac{1}{a^2}$$

Capacità. Si ha $q = CV$ quindi $C = \frac{q}{V}$

$$C_m = \frac{q_m}{V_m} \qquad C_s = \frac{q_s}{V_s}$$

quindi

$$\frac{C_s}{C_m} = \frac{q_s V_m}{q_m V_s} = a^2$$

Lo stesso rapporto lo puoi trovare anche per le coefficienti di induzione. $\frac{M_s}{M_m} = \frac{1}{a^2}$

Valore di a. Esso non è un numero, è una

velocità. Infatti le dimensioni delle quantità di elettricità sono $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$ nel sistema elettrostatico $L^{1/2}M^{1/2}$ nell'elettromagnetico: il rapporto avrà quindi le dimensioni LT^{-1} di una velocità. Questo risultato può enunciarsi sotto altra forma: qualunque siano le unità fondamentali scelte, la costante che rappresenta il rapporto fra q_s e q_m è sempre uguale ad una medesima velocità, quella del sistema delle unità fondamentali scelte.

Fin dai primi tempi in cui questi si studiarono i sistemi assoluti si ricercò il valore di a. Lo fecero il Weber coadiuvato da Kohlrausch, e molti altri: basta misurare una medesima quantità di elettricità, potenziale, capacità resistenza nei due sistemi. Kohlrausch e Weber misuravano una medesima quantità di elettricità nei due sistemi. Una grande bottiglia di Leyda, vicino apposta una sfera metallica esatta e di diametro ben conosciuto, inoltre una bilancia di Coulomb tarata in modo di dare ~~una~~ le misure nelle unità scelte: un elettroscopio ed un galvanometro del quale era determinata teoricamente la costante. K. e W. determinavano il rapporto fra le capacità della bottiglia e della sfera, determinando con l'elettroscopio la il potenziale della bottiglia, toccando con la sfera, e poi determinando nuovamente il pot. della bottiglia. Poi toccando la bottiglia con la sfera e poi misurando con la bilancia la quantità di elettricità ~~della statica~~, in sistema elettrostatico ~~della~~ contenuta nella sfera e quindi nella armatura della bottiglia. Scaricando poi che ~~molti~~ bottiglia e facendo passare la scarica per il galvanometro determinavano la carica della ~~condensatore~~ bottiglia in unità elettromagnetiche.

Il numero delle esperienze fatte è assai numeroso, i risultati si accordano abbastanza vista la difficoltà delle sperimentazioni: essa è circa 300.000.000 in 1'' (fra 290 e 303 milioni). Nel sistema C.G.S

$$a = 3.10^{10}\ C.S^{-1}$$

Il valore medio di a è quello della velocità della luce nell'aria: è naturale pensare che questa coincidenza non sia casuale: ~~che la dif~~ e che abbia la sua ragione di essere nella natura stessa dei fenomeni. L'etere quindi interverrebbe anche nei fenomeni elettrici: ciò si mette in confronto con altri fatti: rotaz. del piano di polarizzazione della luce per

2° Problema. Essendo misurata in ... una capacità di un corpo di capacità elettrostatica nota in unità elettrostatiche. Così, essendo la terra, considerata come una sfera isolata, la sua capacità è il raggio che espresso in unità CGS sarà $6,366\ 10^8$ che espressa in microfarad sarà

$$\text{microfarad}\ C = \frac{6,366\ 10^8}{9.10^5} = 708 \text{ circa}$$

Si vede che la capacità della terra è assai piccola. Se fosse possibile di mandare nella terra senza sottrarla da altra parte una corrente di 1 coulomb (1 ampère per 1 secondo) il potenziale $V = \frac{q}{C}$ sarà

$$q = 1 \qquad C = 708.10^{-6}$$

[illegible]

$$\text{cioè } V = \frac{10^6}{708} = 1429$$

Una corrente di 10 ampère, quale si usa per la illuminazione, si avrebbero potenziali grandissimi che la terra non reggerebbe probabilmente.

Lezione XXX — 26-2-90.

Strumenti e metodi di misura

Le quantità da misurare sono

$$q,\ i,\ \begin{matrix} e \\ V \end{matrix},\ r,\ C,\ \begin{matrix} I \\ M \end{matrix},\ \begin{matrix} W \\ w \end{matrix} \begin{matrix} \text{lavoro} \\ \text{potenza motrice} \end{matrix}$$

Ma fra queste sussistono relazioni in base alle quali date alcune si calcolano senz'altro le altre

$$q = it\ ;\ e = ri\ ;\ q = CV\ ;\ e = -M\frac{di}{dt}\ ;\ \begin{matrix} w = ei \\ W = qe \end{matrix}$$

Tutte le grandezze quindi si possono misurare purchè se ne possano misurare due direttamente: per es. una intensità ed una resistenza. — Però si posseggono strumenti atti a misurare direttamente quasi tutte le 7 grandezze suindicate: onde si comprende che per determinare una certa grandezza si possono impiegare strumenti destinati alla misura diretta di altre, o combinare parecchi strumenti, alcuni dei quali destinati a misurare diretta di altre grandezze. — È quindi conveniente di premettere una descrizione sommaria degli strumenti che si possiedono per le misure, per poi passare ai metodi di misura.

Strumenti

Alcuni strumenti sono costituiti per determinate misure, composti di strumenti elementari. Così per es. alcuni strumenti si hanno ... posizioni

Superficie che si dovrebbe dare alle armature di un condensatore perchè la sua capacità elettrostatica sia di 1 microfarad.

Sia $C = 1$ microfarad $= 9.10^5$ (CGS) elett.^{e}

Se lo spessore del coibente (mica), fra le due armature è di 10^{-2} cm avremo da

$$C = \frac{S}{4\pi D}$$

$$cm^2 \; S = 4\pi . 10^{-2} . 9 . 10^5 = m^2 \; 11,3040$$

Se si avesse per coibente mica sarebbe

$$S = \sim 2 \; m^2$$

Condensatore necessario perchè tutte due armature possa stare in equilibrio la q che in un'ora passa nei conduttori per illuminazione della città di Torino

Per una lampada di Torino occorrono 10 ampère ora, e quindi 36000 coulomb. Supposto di caricare il condensatore a 1000 volt esso dovrà avere la capacità

$$C^{\prime} = \frac{Q}{V} = \frac{36000}{1000} = 36 \text{ farad}$$

Se si adopera un condensatore a mica, con fogli di $2m^2$ e spessore di coibente di 10^{-1} cm. si ha per una diff. di pot. di 1000 volt, $c = \frac{1}{10}$ microfarad. Occorrerebbero quindi 360.000.000 di tali condensatori e supposto ad ognuno lo spessore di 2 mm. si avrebbe per una capacità di 36 farad un conden. dello spessore di 720 chilometri.

delicati, a rendere comodi certi dati misure. Quindi nella teoria preliminare si dovrà lasciar quel-le lacune.

Si hanno parecchie classi di strumenti:

1° strumenti che servono a misurare la q trasmessa in un circuito in un dato tempo i o direttamente i. Questi strumenti diconsi reometri.

2° Strum. che servono a introdurre in un circuito resistenze determinate o variabili a piacimento. Trovano la loro appl.ne più diretta nella misura di r ma entrano in tutte le altre misure. Si dicono reostati.

3° Strum. che servono a determinare quantità di elettricità o V per mezzo di forze elettrostatiche. Si dicono elettrometri.

4°. Str. Condensatori di capacità determinata, campioni di capacità. (1 microfarad, 1/4, 1/3).

5° Strumenti accessori Commutatori, interruttori.

Si hanno altri strumenti, p.e. per dare W in un circuito (wattometri) che sono derivazioni degli strumenti elementari indicati sopra.

1° Reometri. Qualunque apparecchio che possa servire a misurare la grandezza di qualche effetto della corrente, funzione di i della corrente, potrà costituire un reometro. Quindi si hanno varie specie di reometri: a) Reometri chimici cui misurano la corrente con quantità di elettroliti decomposti o di ioni liberati dalla corrente. Questi sono i voltametri. b) Reometri in quali la int. della corrente si determina con le forze che la corrente esercita sulle calamite messe nel campo magnetico della corrente, o sulla corrente posta in un campo magnetico prodotto da calamite; i primi elettromagnetici, i secondi magnetoelettrici. Si denominano comunemente galvanometri e talora, per forme speciali, bussole reometriche. c) Reometri elettrodinamici che misurano i colle forze che fa di essa corrente un'altra corrente, o la parte della corrente una parte della corrente stessa (parte di circuito). Nella sostanza sono galvanometri, però le proprietà e gli impieghi sono diversi. d) Reometri nei quali si misurano gli effetti del calore prodotto dalla corrente nel circuito. Termo- : nomi diversi a seconda dell'uso cui sono destinati.

a) [illegible]. Nella elettrotecnica pratica si usano

usa tanto per misure dirette, quanto per tarare ~~galvanometri~~ i conometri. Questo ~~campo~~ impiego è importantissimo perchè permette di determinare le costanti ~~dei~~ dei conometri senza ricorrere a misure assolute. Per un tempo misurato si fa passare la corrente da misurarsi e si determinano gli effetti chimici che per la legge di Faraday sono propor. alla q[uantità] che quindi resta determinata. La quantità dei corpi liberati si può esprimere in volume o in peso. Nella pratica si fa uso di 1 voltametro a volume: 3 a peso.

1 Voltametro volumetrico è ad acqua (acidulata). Si sviluppano H e O in una o in due campanelle. 1 A. in 1' produce 10,4 cm³ di gas tonante. Per misure grossolane e rapide torna ~~comoda~~ comodo tale sistema. Ma per misure precise, di piccole i[ntensità] non è conveniente ricorrere a questo sistema per O è assorbito in quantità notevoli dall'acqua. Meglio è per ciò calcolare H e servirsi di O solo per il controllo. Conviene usare acqua distillata ~~resa~~ conduttrice con poco H_2SO_4 (la massima conduttività è quando la densità [illegible] è 1,15) — Si può far passare la corrente per un numero prefisso di [illegible]; oppure prestabilire il numero di cm³, leggere il tempo necessario. ~~[illegible] è più conveniente~~

Per il calcolo si leggi: Volume v in cm³ del gas: temperatura del gas t, la pressione atmosferica b (in mm di mercurio); altezza H mm del liquido nell'interno della campanella sul livello nella vasca; tensione (del vapor acqueo) in mm di mercurio a $t°$, e; il volume di cm³ ridotto a 0° e 760 mm di pressione sarà dato dalla ~~espressione~~ seguente espressione. La pressione sarà

$$p = b - \frac{H}{13.6} - e$$

Quindi

$$v_0 = \frac{v}{1+\alpha t} \cdot \frac{p}{760}$$

dal quale si deduce la intensità media.

Il merito del voltametro ad acqua è di risparmiare una pesata. Ma per misure esatte si usano i voltametri a peso: si hanno voltametri ad argento, a rame, a zinco.

Voltametro ad argento. L'elettrolito è una soluzione 8–10% di $AgNO_3$, l'anodo è di Ag, il catodo di Pt. Il peso di Ag deposito si determina per differenza con due pesate, prima e dopo l'operazione.

Si hanno disposizioni comode, come quella del Poggendorff nel quale il catodo è un crogiolo di Pt, l'anodo

la spirale del galvanometro deve avere la stessa resi-
stenza del circuito esterno —

Per arrivare a questo risultato si suppone che la sez. del filo fosse inv. proporzionale alla sez. totale della spirale. Ciò sarebbe se i fili fossero avvolti o rivestiti con spessore proporzionale alla sez.e. Quindi il risultato cui si arrivò non deve essere preso per norma di costruz.; si dice solo che se il galv. si introduce in circuito di grande Σ è bene sia tale anche quella del Galvanometro: ciò è in tanto che: dato le dimensioni del galvanometro conviene un filo piccolo e lungo per il moltiplicatore se la resistenza è grande, grosso e corto se piccola. Se il volume dello strumento non fosse limitato, converrebbe sempre un filo grosso e

I migliori galvanometri hanno un corredo di spirali diverse per i vari circuiti nei quali si sperimenta.

2° Questione. Un medesimo strumento con una medesima spirale può esser disposto in svariati modi; si può usare correnti che producono x grandi o piccoli, disponendo convenientemente le cose, ciò che quasi sempre si può fare. È indifferente usare valori di x grandi o piccoli? Per fare il minimo errore possibile bisogna che la grandezza della variazione di x corrispondente ad una data variazione di i (più che si vuol misurare) sia la più grande possibile. Ma può interessare di rendere piccolo l'errore o assoluto o relativo: nel 1° caso bisogna che x, per una data variazione assoluta di i, sia massima nel 2° caso x sia massimo per una variazione relativa di i. Diremo sensibilità assoluta il rapporto fra dx e di corrispondente

$$S_a = \frac{dx}{di}$$

Diremo sensib. relativa il rapporto fra dx a $\frac{di}{i}$

$$S_r = i\frac{dx}{di}$$

Se $\frac{di}{dx} = f'(x)$ si ha

$$S_r = \frac{f(x)}{f'(x)} \qquad S_a = \frac{1}{f'(x)}$$

Lezione XXXI   28-2-90.

Distinguiamo i galvanometri secondo il modo nel quale si muove o tende a muoversi la parte mobile; può essere rotatoria o rettilinea.

Parte mobile rotante intorno ad un asse.

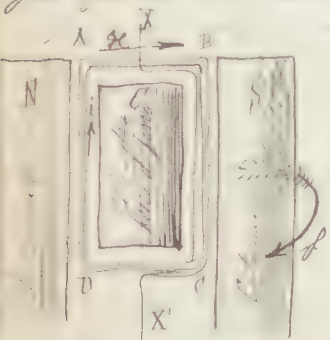
$$i = a\delta + b\delta^2 + c\delta^3 + \ldots$$

Se δ è piccolo, trascurando sopra essi si possono calcolare qualunque sia lo strumento si ha un valore di δ ~~per il quale~~ entro i limiti del quale si può ritenere con approssimazione sufficiente

$$i = a\delta$$

Basta allora per calcolare i in ampère, determinare per una volta tanto la costante a del galvanometro. Entro i limiti indicati si dice che il galvanometro è proporzionale.

Ci sono poi casi nei quali $F(\delta)$ è nota a priori per la teoria; allora si può adoperare il galvanometro per qualsiasi valore di δ.

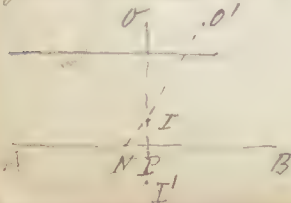
β) Galvanometri magnetoelettrici. La parte mobile è ~~la~~ corrente. Una spirale si sposta in un campo magnetico: si può utilizzare il campo magnetico terrestre, e si fa per alcuni voltmetri assoluti. Ma per uso comune si usano campi magnetici più forti. Una costruzione usata è quella della fig.

Fra N, S ~~del~~ e C si ha un campo magnetico intenso: nella spirale ABCD passa la corrente, la spirale è mobile attorno all'asse XX'. Si dispongano le cose in modo che quando non passa la corrente la spirale sia in posizione di equilibrio stabile: per es. X, X' sono di fili tali che, se ABCD è deviata dalla posizione di equilibrio, si torcono, onde fanno equilibrio alla forza deviatrice. Il momento direttore è $\varphi(\delta)$ funzione crescente della deviazione. Se la corrente si fa circolare secondo i, ABCD tende a muoversi per modo che AB tende a portarsi dietro il piano di figura, BC sul davanti: le forze si riducono quindi ad una coppia che tende a muovere la spirale secondo la freccia f; se $\psi(\delta)$ è funzione decrescente di δ si ha che tale coppia è data da $i\psi(\delta)$. L'equilibrio si avrà se

$$\varphi(\delta) = i\psi(\delta)$$

Coi quali mezzi si può produrre la coppia direttrice.

I. Nei galv. elettromagnetici si ~~deve~~ può portare l'ago in un campo magnetico. Molte volte il campo magnetico è ~~d~~ il direttore il terrestre. Si può usare il campo prodotto da calamite (nel qual caso

Lezione XXXII 3-3-90

Modo di fare la misura. O lasciare che la deviazione si faccia liberamente, e misurarla in base alla deviazione: o spostare la posizione dell'ago facendo variare la coppia direttrice finchè uguaglia la deviatrice, annullando così la deviazione; dallo spostamento che si è dovuto fare si può dedurre la misura.
In ogni caso quello che si legge è un angolo.
Modo di fare la lettura. Quando la misura si fa impedendo la rotaz. della parte mobile, la lettura si può fare come in tutti gli strumenti topografici. — Nel caso nel quale si fa la lettura direttamente, siccome la parte mobile è allora leggera e non deve toccare alcun punto fisso, una misura con nonio non sempre è possibile. Si può fare allora o la misura diretta o con lo specchio e la scala.
a) Misura diretta si fa direttamente su un cerchio graduato. L'ago del galvanometro serve esso stesso da indice, o è munito di un pezzo appropriato a fare da indice, una alticciuola leggiera messa nel prolungamento o ad angolo retto con l'ago; ciò che riesce comodo per far le letture, perchè l'ago, quando è munito la coppia deviatrice si trova nascosto dentro il moltiplicatore. È impossibile avere con le misure dirette osservazioni esatte: col microscopi micrometrici si può difficilmente arrivare a misura il 1'; con semplici lenti non si può arrivare oltre 1/5 di grado. — Cause di errore sono 1° l'eccentricità dell'ago. 2° Parallasse. — Il 1° si corregge con due letture colle due estremità dell'ago, facendo la media. — Il 2° dipende dalla necessità di tener la parte mobile un po' fuori del piano della graduazione. Se AB è il piano della graduazione ed I è la punta dell'indice: la lettura esatta è in P sulla perp. IP ad AB; allora l'occhio deve essere in O. Se l'occhio è in O' si fa l'errore NP. — Per facilitare la posizione dell'occhio in O si usano vari artifizi. Per es.

O O'
I
A N P B
I'

se la graduazione è fatta su uno specchio, I si riflette in I' — Basterà osservare però di porre l'occhio in modo che l'oggetto copra la sua imagine, Ora però agli strumenti a lettura diretta si ricorre solo per misure grossolane.

βf Strumenti a riflessione (misura con Specchio e Scala) Non solo permettono maggior esattezza ma sono più comodi. L'origine ne è incerta, la prima idea è dovuta al Poggendorff (1826) Però l'uso generale si rimonta agli ultimi anni specialmente dopo i lavori di Gauss e di Weber: negli ultimi anni si trovò modo di rendere tali metodi assai comodi.

Metodo di Poggendorff e Gauss (quello che ancora si usa per le misure di precisione) La parte mobile dello strumento porta uno specchio piano, equilibrato in modo da star sempre nel piano verticale. Sia C l'asse di rotazione verticale, lo specchio potrà rappresentarsi con ab. Quando l'ago è nella posizione che occupa quando non esiste la coppia deviatrice, lo specchio sia in ab. Sia CO la normale in C ad ab. In O, normale a CO si applica una regola graduata (scala) in mm. o doppi millimetri. Di SS lo specchio dà una imagine virtuale che sarà vista da chi, quando lo specchio da O ove si pone un cannocchiale con l'asse ottico su CO. Col centro del reticolo coincide un punto della scala. Nella posiz. ab coincide la divisione O che si dice lo zero della scala. Se l'ago ruota di un piccolo angolo lo specchio viene in a'b'. Allora col centro del reticolo coinciderà un punto n dell'imagine, tanto > quanto > è δ, n è determinato NCn = δ. Si vede che si possono leggere deviazioni piccolissime; le letture sono le stesse che si avrebbero con un indice di lunghezza doppia di CO in uno strumento a misura diretta. —

Detta $On = n$, $CO = D$ si ha dal triangolo COn

$$tg\, 2\delta = \frac{n}{D}$$

quindi

$$\delta = \frac{1}{2}\, arc.tg \frac{n}{D}$$

Nelle [illegible] della [illegible] della pratica $n : D$ è sempre piccolo e [illegible] si può svolgere in serie arc.tg e tenere soli i primi termini. Si ha

$$\delta = \frac{1}{2}\left(\frac{n}{D} - \frac{n^3}{3D^3}\right)$$

Se si vuole esprimere δ in gradi si moltiplicherà per $180 : \pi$; sarà

$$\delta^o = \frac{180}{2\pi D}\left(n - \frac{n^3}{3D^2}\right) = \frac{28,648}{D}\left(n - \frac{n^3}{3D^2}\right)$$

~~[illegible]~~ Si può calcolare per valori piccoli $\frac{n^3}{3D^2}$.

In generale invece di $tg\delta$ [illegible] considerare $tg\delta$. Si ha

$$tg\, 2\delta = \frac{2 tg\,\delta}{1 - tg^2\delta} = \frac{n}{D}$$

Si ha

$$\frac{n}{D} tg^2\delta + 2 tg\,\delta - \frac{n}{D} = 0$$

$$tg^2\delta + \frac{2D}{n} tg\,\delta - 1 = 0$$

e

$$tg\,\delta = -\frac{D}{n} + \sqrt{\frac{D^2}{n^2} + 1}$$

$$tg\,\delta = -\frac{D}{n} + \frac{D}{n}\left(1 + \frac{n^2}{D^2}\right)^{1/2}$$

e svolgendo in serie fino ai primi termini

$$tg\,\delta = -\frac{D}{n} + \frac{D}{n}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{n^2}{D^2} - \frac{1}{8}\frac{n^4}{D^4}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{n}{D} - \frac{1}{8}\frac{n^3}{D^3}$$

$$= \frac{1}{2D}\left(n - \frac{1}{4}\frac{n^3}{D^2}\right)$$

Per piccole misure si ha

$$tg\,\delta = \frac{1}{2D}\, n$$

Allora se si hanno solo da calcolare rapporti, ciò si può fare direttamente con le deviazioni. Per calcolare le tg. si determinerà D una volta tanto. Per misure più esatte bisogna fare la correzione $\frac{1}{4}\frac{n^3}{D^2}$. Sia $D = cm. 300$; $n = cm. 20$ — Il termine di correzione è $\frac{1}{4}\frac{n^3}{D^2} = 0,022$ cm. Siccome con una scala divisa in [illegible] si può leggere 1/4 di mm. la correzione uguaglia circa la approssimazione della lettura: per $n > 20$ cm. per misure corrispondenti alla sensibilità dello strumento bisognerà fare la correzione.

Questo è il miglior modo di fare delle misure di precisione. Vi hanno però altri modi più comodi.

Si deve a William Thomson (metodo inglese).
Egli lo ideò in occasione degli studi per il 1° telegra-
fo transatlantico, il metodo fu ideato per la trasmissio-
ne dei dispacci. Nel telegrafo transatlantico si dove-
va usare però di fe. piccolissima (la pila Daniell
delle quali si utilizza pochi com.) Allora le correnti sono
piccolissime intensità, onde si dovette usare un gal-
vanometro speciale sensibilissimo; un ago con uno spec-
chietto concavo di raggio 1m circa; di faccia una lampa-
da, dietro uno schermo con una stretta fessura; nello
specchio un tratto nastro di luce producendo l'immagine
della fessura: l'immagine la ricevea su una scala
con punti e tratti colla quale si trasmetteva
l'alfabeto Morse. — Questo sistema si diffuse per
le misure, prima in Inghilterra, poi negli altri
paesi. — Uno specchio di raggio di curvatura 1m, davanti a distan-
za di 1m la scala la una schermo che copre una
lampada: lo schermo ha una fessura regolabile: si
può far sì che il nastro di luce sia ben regolare;
della fessura si ha una immagine reale che si può
projettar sulla graduazione, e che funziona da indica-
ti regolare. Si colloca in modo che, quando lo spec-
chio non è deviato, la immagine batta sopra la fessu-
ra, ove è segnato sulla scala lo zero. Si dispone
la scala normalmente al fascio luminoso.
Attualmente il Carpentier (successore di Ruhmkorff)
ha modificato in modo molto pratico questo appare-
chio primitivo del Thomson. Si usa una scala
semitrasparente per modo che l'osservatore può
mettersi dalla parte opposta del galvanometro ri-
spetto alla scala. La scala è portata da un supporto
sotto uno schermo con una finestra nella mez-
zaria della quale è teso un sottil filo metallico:
che proietta sulla scala una linea nera. più si ha die-
tro lo schermo uno specchio mobile in tutte le direzio-
ni dal quale si riflette in direz. perpendicolare al pia-
no della scala, traverso la finestra, la fiamma di una
lampada. L'ago del galvanometro ha uno specchio
concavo. L'immagine si vede per trasparenza.
Se si tratta solo di constatare la esistenza della
corrente, e si ha a fare con deviazioni
piccole questo metodo vale anche per misure
[illegible]. Però ha un difetto grave se si cercano
valori numerici o rapporti, perchè il termine di
correzione non è quasi mai trascurabile; e non

sempre si ha la sicurezza di farlo bene. Con questi strumenti si può avere D=100 cm.

per n = 10 - 12 16 25 cm.

si ha $\frac{1}{4}\frac{n^3}{D^2}$ = 0,25 0,43 1,02 3,91 in mm.

non si può tollerare oltre i 10 cm. perchè sulla scala si può leggere il 1/4 mm.

Oss.ni dei galvanometri in generale. Quando si comincia a far passare la corrente, la parte mobile oscilla per qualche tempo intorno alla posiz. di equilibrio lo stesso accade quando si interrompe il circuito. Se lo strumento è sensibile le oscillazioni possono durare per un tempo assai lungo, il che in alcuni casi rende illusorie le misure: sempre incomodo. È quindi importante ridurre o sopprimere rapidamente le oscillazioni. A ciò concorrono varie resistenze: attrito sugli appoggi; rigidità dei fili di sospensione; resistenza dell'aria; resistenza dovuta a correnti indotte prodotte dal moto di oscillazione. La 1a e la 2a sono resistenze dannose, giacchè si devono sempre evitare: la 3a e 4a possono non recare danno nè alla sensibilità nè all'esattezza e contribuire allo spegnimento: infatti sono nulle quando è nulla la velocità, crescono con questa, onde non influiscono sulla posizione di equilibrio nè sulla sensibilità. Ma siccome esistono quando esiste il movimento, giovano a ricondurre alla posiz. di equilibrio la parte mobile. Quanto all'aria, basta munire le parti mobili con alette leggiere che si muovano nell'aria, possibilmente in una camera stretta e talvolta lo stesso specchio fa l'ufficio delle alette, quando si ha cura di metterlo in una camera della quale esso occupi quasi tutta la regione. ~~della camera~~.

Meglio ancora giovano allo spegnimento le correnti indotte. Se in un galv. elettromagn. si in vicinanza dell'ago si hanno masse metalliche, vi si generano correnti indotte, tanto più intense quanto più vicino è il conduttore. Queste per la legge di Lenz producono sull'ago momenti che si oppongono al moto; che cresceranno proporzionalmente alla velocità di oscillazione. Quasi tutti i galvanometri elettromagnetici hanno uno smorzatore costituito di un grosso blocco di rame o, più [illegible] al quale si muovono i poli

dell'ago, come furono studiati all'inizio. Si può dimostrare che c'è un certo valore della resistenza dello spegnitore al di sotto del quale non sono più possibili le oscillazioni: l'ago compie una semplice elongazione. Diconsi strumenti aperiodici. La cassa del moltiplicatore serve pure da spegnitore — Per i galvanometri magnetoelettrici lo spegnimento non si può fare come prima; si fa invece tenendo la spirale mobile sempre chiusa in un circuito chiuso che si ha sempre quando si usa uno shunt. Le correnti indotte generate allora nel circuito mobile dovute per effetto di movimento dello strumento, danno luogo a forze che per la legge di Lenz si oppongono al movimento.

Lezione XXXIII 5-3-90

Descrizione sommaria degli strumenti di misura

A strumenti per misure esatte
B " per misure industriali

1) Galvanometri elettromagnetici
a) Parte mobile che devia liberamente.

Bussole reometriche impiegate nella telegrafia e analoghe applicazioni — Moltiplicatori piatti con una fessura nella quale si è collocato l'ago con l'indice per lo più in croce. Per misure svariate conviene il moltiplicatore di più fili per poter far variare il numero delle spire percorse dalla corrente. — Ordinariamente sono a lettura diretta: spesso di costruz. grossolana solo per constatare l'esistenza di una certa corrente di intensità approssimata. — Qualche volta si ricorre per avere la coppia direttrice al campo dovuto ad una calamita o ad un peso, facendo l'asse orizzontale; o combinando le due cose.

Nelle misure che richiedono grande sensibilità si adoperavano una volta galvanometri con due aghi formanti un sistema astatico (Nobili 1825) con un ago entro il moltiplicatore, l'altro fuori, il sistema appeso a una bava di seta. Ha parecchi difetti: 1° lo strum. non ha uno zero ben fisso per le modificaz. nella distribuzione del magn. nell'ago. 2° Lo strum. per la stessa ragione non ha una costante determinata 3° Spesso l'ago ha

-tipazione dell'ago: varia con H; noto H ad un momento della taratura basta per determinare K essere informati ~~in qualunque momento~~ delle variaz. di H in questo tal momento. Siccome la forza magnetica del moltiplicatore G si può determinare a priori: è semplicissima la determinaz. Se il moltiplicatore è tale che si possano supporre tutte le spire di ugual diametro $2r$. Sia l la lunghezza del filo; e sia i la int. in unità elettromagnetiche [CGS], su un polo 1 nel centro del circolo si ha la forza di

$$\frac{li}{r^2} \quad \text{dico}$$

Sia $l = 2\pi r$ (una sola spira) la forza è $\frac{2\pi i}{r}$ se il polo contiene una massa m e se so che ha n spire, ~~tutte~~ di raggio prossimo a r ciò è: si ha

$$G = \frac{2\pi n}{r}$$

e quindi

$$i = \frac{Hr}{2\pi n}\, tg\, \delta \qquad k = \frac{Hr}{2\pi n}$$

~~...~~

Ma misurar nella pratica raramente si può misurare H, per cui non basta prendere i valori di tabelle, perchè in laboratori non costrutti appositamente si ha presenza di masse di ferro che sovrappongono al campo terrestre un altro campo magnetico. Si può per gli usi pratici tarare altrimenti p. es. con un voltametro; nella pratica ... di usare un voltametro per determinare H, col mezzo di una bussola delle tangenti, che si può anche improvvisare.

La i è proporzionale a $tg\,\delta$ solo per approssimazione, quando $\frac{l}{2r}$ è piccolo e δ non $> 50° \div 60°$. Oltre questo limite bisogna far uso di formole più complicate, che noi non daremo. Si può però mantenere tale proporzionalità abbastanza approssimata anche per $l/2r = 1/3$. Lo dimostrò Helmholtz, lo ritrovò sperimentalmente il Gaugain; ~~...~~ ciò collocando il centro di rotazione dell'ago fuori del piano del moltiplicatore, perchè allora nelle deviaz. uno dei poli si avvicina al piano, l'altro si allontana; pel primo la forza aumenta, per il 2° diminuisce; la risultante delle azioni è una forza distrutta dal sostegno dell'ago e una coppia variabile, che si può variare tanto da compensare le variaz. di proporzionalità. Si dimo-

Si può anche sospendere l'ago a una molla spirale, e si può ammettere anche qui che la coppia di torsione è propor. all'angolo di torsione. — Questi istrumenti si usa per strumenti industriali, o che servono a tarare strumenti industriali. A questa classe appartiene il galvano-metro a torsione di Siemens. Se ne ha di due tipi, uno con ago sospeso su asse verticale: l'altro ad ago con asse orizzontale, portato da due coltelli di bilancia.

Negli strumenti per usi industriali la graduazione è fatta in unità elettriche.

Galvanometri a moto rettilineo. A tale categoria appartiene la bilancia elettromagnetica di Becquerel: una bilancia, a un piatto una sbarretta di ferro, o piccola calamita che penetra in un solenoide nel quale si passa la corrente; questa attrae la sbarra, per ricondurre la bilancia in equilibrio si deve aggiungere pesi all'altro piatto: la intensità (entro i limiti per i quali la magnetizz. del pezzo può ritenersi propor. all'int. della corrente) si può ritenere propor.e ai pesi aggiunti.

Si può usare una bilancia a molla, lo si fa in strumenti industriali.

2) Galvanometri magnetoelettrici. A spirale mobile. Se ne può avere uno sospeso a una spirale nel campo magnetico terrestre, p. es. con una sospensione bifilare, utilizzando i fili come conduttori.

Se S è la superficie totale della spirale, i la int. della corrente espressa in unità elettromagnetiche, Si è il mom. magnetico della calamita equivalente alla spirale (vedi pag.) Se la spirale sospesa con l'asse perpendicolare al meridiano magnetico: e si passa la corrente, sulla spirale agirà una coppia

$$HSi$$

Se l'asse della spirale fa con la perpendicolare al meridiano magnetico l'angolo δ, la coppia sarà

$$HSi \cos\delta$$

La deviaz. continuerà finchè la sospensione non opponga una coppia di uguale momento.

Sia una sospensione bifilare, ed una deviazione δ dalla posiz. di equilibrio si ha la coppia $C \operatorname{sen} \delta$ (C cost.). Si ~~ha~~ deve avere

$$HSi \cos\delta = C \operatorname{sen}\delta$$

$$i = \frac{C}{HS} \operatorname{tg}\delta \qquad (1)$$

Lo strumento funziona come una bussola delle tg. Gli esperimenti però non sono di facile maneggio in pratica. — La intensità è inversamente propor. a H, l'opposto di quanto accade per la bussola delle tg. e galvanometri ordinari. Per ~~quest~~ lo bussola si ha infatti

$$i = \frac{H}{G} \operatorname{tg}\delta' \qquad (2)$$

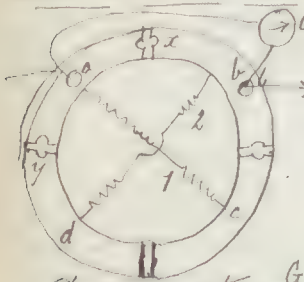
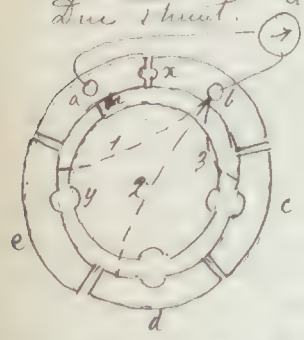
Quindi nella spirale sospesa la sensibilità è tanto > quanto > H, nella bussola avviene l'opposto.
Con una combinazione dei due strumenti si può determinare S (ponendo una corrente unica che traversi i due strumenti) determinare H di in unità (CGS). ~~Infatti eliminando~~ Ciò dando al cerchio della bussola e alla spirale forme tali da poter determinare in unità assolute S e G. Dalle (1) e (2) si ricava

$$\begin{cases} i^2 = \dfrac{C}{GS} \operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\delta' \\[2mm] H^2 = \dfrac{GC}{S} \dfrac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg}\delta'} \end{cases} \qquad 1 = H^2 \frac{S}{GC} \frac{\operatorname{tg}\delta'}{\operatorname{tg}\delta}$$

Questo sistema fu ideato e messo in pratica da Friedrich Kohlrausch.

Tornando alla spirale sospesa (formula (1)) si vede che per avere strumenti sensibili bisogna ricorrere a campi magnetici intensi; si deve quindi abbandonare il campo terrestre e ricorrere a campi artificiali prodotti da calamite potenti. William Thomson applicò tale principio ad un ricevitore telegrafico tale da poter registrare i telegrammi, il che non avveniva col ricevitore galvanometrico descritto a pag 157. Lo strumento dicesi Syphon recorder. È una grande calamita a ferro di cavallo: tra le estremità polari è collocato un pezzo cilindrico di ferro dolce F avvolto da una leggiera spirale ABCD sospesa. Una corrente debolissima dà luogo ad una grande coppia deviatrice in grazia al forte campo magnetico. Il Thomson riesce ad amplificare i piccoli movimenti della spirale, in modo che

circuito del galvanometro. Sul coperchio si hanno tanti pezzi congiunti coi vari reostati; sui pezzi sono scritti i rapporti $\frac{1}{m}$ riferiti al G cui appartiene il shunt. Nelle cavità così dette x, y, z, u si può mettere una spina conduttrice. — Se non si mette spina tutta la corrente passa per G. Se si pone in $\underline{x}$, una parte della corrente passa per a x b, che da la resistenza minima, praticamente tutta la corrente passa per a x b, una parte inapprezzabile passa per G; si dice che: il galvanometro è messo in corto circuito. Se la spina passa in y si mette in derivazione il circuito a $1/9$ y b; se in z, a $1/99$ z b; se in u, a $1/999$ u b.

Scatola delle case Carpentier ha corona è divisa in un numero di pezzi = al numero di shunt + 2 — Una delle spirali parte dal blocco a e viene in c, l'altra da b viene in d (senza toccare la 1ª) — Se non si ha spina tutta la corrente passa per G. Se si mette in $\underline{x}$ si fa un corto circuito; se in y si introduce il shunt 2; se in z si introduce il shunt 1.

Due shunt.

Shunt a tre spirali. Corona divisa in tante parti quante le spire + 2 — Congiunzioni a con D (tutte id.). b con le tre spirali che vanno a finire una in c, una in d, una in e. — Se la spina è in x si ha corto circuito, se in y è inserita la spirale 1, se in z, 2, se in u, 3

Questa disposiz. corrisponde perfettamente alla (1)

Lezione XXXV 10-3-90

3) Elettrodinamometri. Si utilizza per le misure le azioni magnetiche di una corrente su un'altra corrente. Sono galvanometri ~~magneti~~ elettromagnetici nei quali nel posto dell'ago mobile si ha una spirale. La spirale mobile nella posiz. di equilibrio

tese avere il suo asse nel meridiano magne-
tico, altrimenti si avrebbe tosto parte della
coppia direttrice che si ha, quando passa la cor-
rente, per effetto del campo magnetico.
La spirale fissa deve ~~ess~~ avere il piano nel
meridiano magnetico: gli assi delle due spirali
devono quindi essere a 90°. Per la spirale
mobile si può usare sempre la sospensione mono-
filare o bifilare. La seconda ha il vantaggio
di dare uno zero ben determinato: si può ~~u~~
~~usar~~ la [illegible] trovano per la circolazione
della corrente. — La unifilare ha la sospensione
stabile, può essere però più sensibile. — Elettro-
dinamometro di a sospensione bifilare dovuto
a Wilhelm Weber: egli lo usò per confermare
sperimentalmente le leggi di Ampère, e più
specialmente per misure assolute. Agli elettrodi-
namometri con sospensione unifilare appartiene
quello di Fröhlich, ing. della casa Siemens & Halske.
La spirale è sferica, e riempie un vano sferico nel
moltiplicatore: si ha una grande sensibilità aumen-
tata dalla sospensione unifilare. Lo strumento è de-
stinato a misurare di correnti di piccolissima inten-
sità. Lo smorzatore (necessario in uno strumento
così sensibile) è ad acqua: ~~alla~~ spirale mobile
porta una [illegible] unita alla estremità inferiore
di due alette che girano in una cavità cilindri-
ca piena d'acqua, scavata nel piede dello strumento.
Si ha un congegno per mantenere costante il livello d'acqua
non ostante l'evaporazione. Questo strumento è tanto
sensibile da poter ~~apprezz~~ avvertire le correnti telefo-
niche. ~~altr~~ — Si può in questo strumento far
circolare la stessa corrente nei circuiti fisso e mo-
bile (unire le due spirali in serie), o ~~...~~ dividere
la corrente fra le due spirali: o usare due correnti
distinte. Per fare la lettura o si riduce sempre a
0 la spirale mobile facendo rotare il testo per dei
fili o si misura la deviazione delle spirali. — Nel
1° caso detto S' la sup. totale della spirale sospe-
sa, i' la int. della corrente che la percorre, i la
int. della corrente che passa per la spirale fissa,
G una cost. che dipende dalla forma, gran-
dezza e posiz. della spirali: se diciamo δ
l'angolo che fanno tra loro le spirali si
ha la coppia deviatrice

$$ii'S'G \cos\delta \quad (a)$$

Se si fa uso della riduz. a 0 si ha sempre $\delta = 0$ e $ii'S'G$

Se si ha una sospensione bifilare la coppia direttrice è $C \operatorname{sen}\delta$, e si ha

$$ii'S'G \ [illegible] = C \operatorname{sen}\delta$$

Se la sospensione è ~~bifilare~~ unifilare si ha

$$ii'S'G = C\delta$$

Si vede che δ ha sempre il medesimo segno se si invertono contemporaneamente le direz. delle due correnti; ~~Ciò avviene sempre~~ varia se ~~[illegible]~~ la corrente cambia con una sola corrente.

Il segno di δ è indipendente dalla direzione delle due correnti se $i = i'$ perchè allora si ha

$$i^2 S'G = C \operatorname{sen}\delta \qquad (1)$$

onde δ ha lo stesso segno qualunque sia la direz. di i, che figura sempre al quadrato. — Questa proprietà rende gli elettrodinamometri utilizzabili per la misura delle correnti alternative, nei quali un galvanometro ordinario non darebbe una deviazione ~~stabile~~ fissa.

Ch. Se dalla (1) detto $\frac{S'G}{C} = A^2$ si ha

$$i = A\sqrt{\operatorname{sen}\delta}$$

La semplicità nell'uso dello strumento si ha solo se non si permette alla spirale di deviare fuori del meridiano magnetico. Si supponga infatti che la spirale devii di δ dal meridiano e che non si muova il piano di sospensione. Allora alla coppia direttrice $C \operatorname{sen}\delta$ (o $C\delta$) è (a) da aggiungere quella del magnetismo terrestre $HS'i' \operatorname{sen}\delta$, ~~[illegible]~~ che secondo il senso di i' tende a far deviare o a ricondurre la spirale nella posiz. primitiva. L'equaz. di equilibrio è

$$(b) \quad ii'S'G \cos\delta = C \operatorname{sen}\delta \pm HS'i' \operatorname{sen}\delta \quad \text{per la bifilare}$$

$$ii'S'G \cos\delta = C\delta \pm HS'i' \operatorname{sen}\delta \quad \text{" la unifilare}$$

Consideriamo la (b) — Il meglio è fare due letture, invertendo il senso di i' (spirale mobile). Allora si ha

$$ii'S'G \cos\delta = C \operatorname{sen}\delta + HS'i' \operatorname{sen}\delta$$

$$ii'S'G \cos\delta' = C \operatorname{sen}\delta' - HS'i' \operatorname{sen}\delta'$$

Si ha

$$ii'S'G \cot\delta = C + HS'i'$$

$$ii'S'G \cot\delta' = C - HS'i'$$, sommando

$$ii' = \frac{2G}{S'G}\frac{1}{\cot\delta + \cot\delta'}$$

Se δ, δ' sono piccoli si può scrivere $\cot\delta = 1/\delta$ $\cot\delta' = 1/\delta'$ Allora

$$ii' = \frac{2C}{S'G}\frac{\delta\delta'}{\delta+\delta'}$$

Se poi δ, δ' differiscono pochissimo si può ritenere $\delta = \delta'$ e allora

$$ii' = \frac{2C}{S'G}\frac{\delta^2}{2\delta} = \frac{C}{S'G}\delta$$

Il modo indicato è l'unico buono per misure esatte. Quando $i = i'$ la misura serve per determinare la ~~[illegible]~~ corrente unica circolante nello str.

Nelle misure industriali si usa sempre il metodo di riduz. allo zero.

Reometri termici o calorimetrici. Sono applicazioni della legge di Joule, misurando la quantità di calore equivalente ad ri^2. Un modo semplice in teoria è quello di far passare la corrente in una spirale immersa in un calorimetro ordinario; si calcola il calore equivalente ad ri^2; noto r si deduce i. Il metodo presenta però forti difficoltà ~~[illegible]~~ di esecuzione, specialmente se si ha bisogno di misure assolute.

Altro metodo consiste nel far passare la corrente in una lamina compensatrice, che per il passaggio della corrente si deforma e può dare colle deviazioni la misura della temperatura (termometro Breguet). ~~Per un~~ ~~tempo~~ l'aumento di temp. è propor. a ri^2.

Un terzo modo è di far passare una corrente in un filo teso (o lamina compens.) finchè la temperatura diventi costante; si ha per il filo un allungam.to costante; per la lamina le deformazioni; si ha una quantità proporzionale al calore comunicato e quindi ad ri^2.

L'ultimo è il solo metodo che abbia trovato applicazioni in strumenti di misura.

Come strumenti scientifici i reometri termici non hanno importanza per la difficoltà delle misure.

I reom. termici hanno in comune coi elettrodinamici di dare le misure di i^2, ~~onde~~ indipend. dal senso di i. Servono quindi per le correnti alternative.

Reometri industriali

Si hanno due classi di tali strumenti: amperometri e voltometri; 1° le viene usato per la misura di intensità di correnti; 2° per le per misurare differenze di potenziale.

L'amperometro è un reometro di piccola resistenza, che si presta per traversare da correnti di grande intensità, senza guastarsi o dar indicazioni inesatte. Esso si pone in serie nel circuito senza che questo resti alterato; può dare indicaz. in ampère direttamente.

Il voltometro viene inserito in una derivazione fatta fra i due punti fra i quali si vuol misurare la differenza di potenziale.

A
I → I'
Amperometro

I A R B I'
V_1 V_2
V
r ρ
Voltometro

Bisogna che la resistenza r sia assai più grande di R della corrente principale, onde la derivazione non modifichi sensibilmente le condizioni del circuito principale, e quindi i potenziali V_1 in A; V_2 in B. Allora per la legge di Ohm applicata al ~~ple~~ circuito AVB. si ha

$$V_1 - V_2 = ri$$

Se r è cost., noto i, $V_1 - V_2$ è proporzionale alle ~~lunghe~~ letture fatte. — Per essere di buon uso il voltometro deve dare misure esatte anche per piccola i. Quindi i V.i ~~differiscono dagli A.i~~ per hanno spirali fatte con fili lunghi e sottili, mentre gli A.i hanno spirali fatte con filo grosso e corto. I V.i sono strumenti più sensibili degli A.i

Per poter far variare la sensibilità dei reometri industriali si chiamano d'ordinario riduttori perchè riducono la sensibilità. Per un Amperometro il riduttore è uno shunt. — Per un voltometro è una resistenza ρ che si intercala nel circuito derivato, in serie. Se ρ_0 la resistenza propria del V.°; la resistenza del circuito AVB sarà

$$r = \rho_0 + \rho$$

onde

$$V_1 - V_2 = (\rho_0 + \rho)\, i$$

168 | Conviene preparare per ogni voltmetro un riduttore: tale che $\rho = 9\rho_0$ o $\rho = 99\rho_0$ o $\rho = 999\rho_0$ allora $r = 10\rho_0$; $100\rho_0$; $1000\rho_0$.

Si vede che un reometro può servire sempre come voltmetro, anche se ha resistenza propria piccola, purchè si inserisca in serie con esso un conveniente riduttore.

Vi sono strumenti che servono di punto di passaggio fra gli scientifici e gli industriali.

Si vide già il galvanometro di torsione di Siemens: altri si possono adoperare come voltmetri unendovi come opportuni riduttori. Il loro riduttore è una cassa con rocchetti di filo di platino (il rame è migliore, non richiede dimensioni più grandi). La casa Siemens costruisce due modelli di rocchetti: uno per I piccolo (non > 1 ampere), uno per I grandi. Il 1° è il più esatto; nel moltiplicatore si ha allora la res. 100 ohm; nelle spirali del riduttore le res. sono enormi: nel 2° caso il moltiplicatore ha la resistenza di 1 ohm.

Galvanometro graduato di William Thomson.

Ve ne di due modelli: amperometro e voltmetro. La misura si fa con indice di alluminio, in croce con l'ago magnetico; scorrente su una graduaz. di 360 parti incollata su uno specchio. I numeri che si leggono sono proporzionali alle intensità lette. Il campo direttore è quello terrestre + quello più intenso di una calamita arcuata: le azioni perturbatrici dovute a masse metalliche esterne è meno sensibile. — Il magnetometro (ago e quadrante) scorre su una guida, per modo che si può spostarlo rispetto al moltiplicatore. Nell'A. il moltiplicatore ha spira grossa e corta, nel V° lunga e sottile. Lo strumento ha due graduazioni, una su cui scorre l'indice; l'altra lungo la guida su cui scorre il magnetometro: i numeri nell'A. che si leggono sono uguali al numero che si leggerebbe sul cerchio quando la corrente fosse di 1 ampere e il campo magnetico direttore avesse intensità 1. Sia b il numero letto su questa scala; l'indice segni sul cerchio a. Se il campo avesse la intensità 1 il numero di ampere che produce la deviazione a, sarebbe a/b; se H è la intensità del campo terrestre, P quello della calamita, il

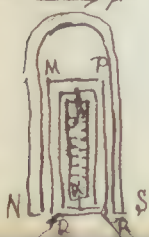
[illegible] di ampère sarà
$$i = \frac{a}{b}(H+P)$$
H si determina una volta tanto
P è dato dal costruttore: ma varia col tempo e bisogna determinarla prima di ogni serie di esperienze. Lo si fa determinando H : P con una corrente costante, che si fa passare una prima volta con la calamita in posto, una seconda volta senza calamita. Si avrà in quest'ultima esperienza
$$i = \frac{a'}{b'}H$$
Si ha allora
$$\frac{a'}{b'}H = \frac{a}{b}(H+P)$$
da cui P : H; noto H si ricava P. —
Se non si avesse H si può determinarlo preliminarmente con un voltametro p. e. a $CuSO_4$ messo in serie col galvanometro.

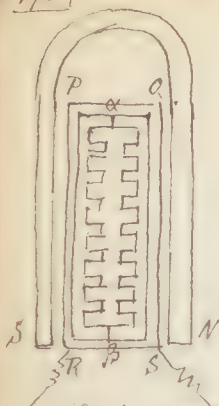
Nel voltametro la lettura b dà la deviazione che si leggerebbe per una diff. di potenziale di 1 volt fra i due capi del moltiplicatore, quando il campo magnetico abbia intensità 1. Si ha la diff. di potenziale
$$V = \frac{a}{b}(H+P)$$
Anche qui P si può misurare ~~[illegible]~~ di unire il voltmetro ad una pila a correnti deboli. Per determinare anche H si potrebbe ricorrere ad una pila campione.

Questi strumenti sono assai ben graduati.

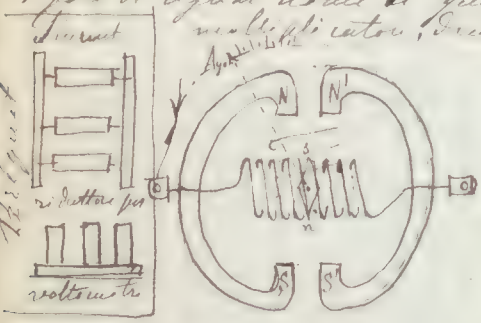
Lezione XXXVI 12 - 3 - 90

Reometri industriali. Sono assai vari. Ne diremo alcuni in ordine storico.

Galvanometro Marcel Deprez. È il 1° cui convenga il nome di amperometro o voltometro. Il campo direttore è dato da una calamita a ferro di cavallo; fra le branche un telaio col moltiplicatore, dentro una lamina di ferro dolce portata da due coltelli α e β, i cui appoggi sull'asse: il movimento della lamina viene col mezzo di un sistema di rotelle trasmesso amplificato ad un indice che scorre sopra un arco graduato. —

F
M P
N S
R R

Se lo strumento si proporziona in modo

che quando passa la corrente la
lamina si inclini poco, si può ritenere
che la rotaz. sia proporzionale alla rotaz.
Questa piccola rotazione si amplifica poi
sul quadrante –
Nei primi strumenti (1881) dal molti-
plicatore si avevano due spirali,
una di filo grosso (amperometro) u-
na di sottile (voltometro)
Oss. Quando con esperienze di con-
fronto si sia fatta la scala, o si
sia determinato (ammessa la propor-
zionalità) il valore di 1 grado, ~~[illegible]~~
la determinazione non può servire
indefinitamente per la variazione della magnetiz-
zazione della calamita direttrice: col tempo la ma-
gnetizzazione della calamita diminuisce, onde la
sensibilità dello strumento aumenta: lo stru-
mento da indicazioni errate per questo.
La disposiz. dello strumento è molto razionale
onde ebbe molte imitazioni; citeremo il
Galvanometro di Ayrton e Perry (1881-82) assai
più maneggevoli e più eleganti nella costruzione.
Invece della laminetta di ferro dolce si ha un ago
di ferro dolce: la calamita è munita di un'arma-
tura di ferro dolce per diminuire la variaz. del-
la magnetizzazione.
Altre modificaz. hanno per scopo la diminuzione
del costo, p. es.
Amperometro e Voltometro di Breguet. Calami-
ta direttrice a ferro di cavallo; fra i poli l'ago
di ferro dolce girevole intorno ad un perno, con
un indice solidale. Moltiplicatore con spire in piani
paralleli al campo magnetico direttore. – Nel vol-
tometro si ha un tasto da bisogna abbassare per
far mettere la corrente nell'apparecchio. Questa
disposiz. si ha in tutti i voltometri perchè la corrente
deve essere ~~istantanea perchè~~ circolare per poco,
affinchè il filo dell moltiplicatore non si scaldi
e variando la resistenza del voltometro si
che ~~[illegible]~~ darebbe errori nella determina-
zione. – Il ridotto dell amperometro (shunt) ha
due sbarrette che si innestano nei morsetti dello
strumento. Le sbarrette portano tre spirali che si
possono inserire in derivazione, sia tutte tre, sia 2.

sia 1. — Il ~~vento~~ riduttore del voltometro ha tre spirali in serie, che si possono escludere 1 o 2 a seconda del bisogno.

Il Marcel Deprez modificò nel 1882 il suo apparecchio in modo da semplificarlo ancora, diminuire il volume ed essere accomodato ad essere usato sulle macchine. — Due calamite arcuate, i poli di ugual nome si guardano; nel campo un moltiplicatore, dentro un ago di ferro dolce.

Il moltiplicatore è orientato sulla direzione del campo direttore, ciò affinchè la graduazione abbia ampiezza costante su tutta la lunghezza. Se le spire fossero in piani ~~perpendicolari~~ paralleli ad NS lo strumento sarebbe sensibile per le piccole deviazioni, meno per le deviazioni crescenti; si evita l'inconveniente inclinando il moltiplicatore in senso inverso a quello verso il quale tende a deviare l'ago. Il riduttore del voltometro è chiuso in una scatola, è ad una sola spirale: lo può applicare dietro la scatola del voltometro.

A ~~diminuire~~ togliere l'inconveniente della variabilità della costante dello strumento, il miglior modo è di abbandonare il campo direttore prodotto da calamite, e ricorrere a molle od a pesi.

Quest'ultimo mezzo è adoperato negli strumenti del Hummel (Casa Schuckert di Norimberg)

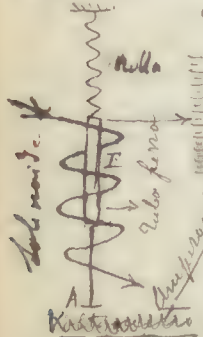
Amperometro e Galvanometro di Hummel

L'ago è costituito di un ago cilindrico F girante intorno ad un asse eccentrico O che porta l'indice cui è annesso un contrappeso g. Se non passa la corrente il contrappeso porta l'ago a zero. Se passa la corrente si hanno le ldf. che passano entro la spirale, concentrate con la convessità verso il centro. F si magnetizza: nel caso della figura si ha nord al di là della figura, S al di qua. Siccome le ldf. divergono uscendo dal moltiplic-

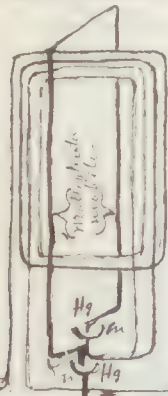
T è sollecitato a portarsi verso destra nel senso della figura onde l'ago si sposta. Per la stabilità delle indicazioni è necessario che lo strumento sia sempre posto in posizione costante, che sia l'ago sia di ferro dolcissimo, perchè non resti magnetizz. residua. L'ago è portato da due coltelli di bilancia. L'ago è intagliato per alleggerirlo e per rendere più rapida la magnetizzaz. e smagnetizzazione. La rapidità di queste azioni rende lo strumento atto per le misure delle correnti alternative.

Amperometro e voltmetro di Alioth di Basilea.

La parte mobile è un pezzo arcuato di ferro, a falce, solidale con un asse O che porta l'ago A. Una spiral S tende a far girare la falce nel verso della freccia a. La punta della falce entra in una spirale. Quando la corrente circola nel senso indicato la falce si magnetizza ed è succhiata dalla spirale: la deviaz. avviene finchè la forza succhiante è equilibrata dalla molla S. La forma a falce ha per scopo di far aumentare la forza succhiante. Se l'ago fosse a sez. costante la forza sarebbe massima quando la falce è tutta fuori, sarebbe minima [illegible] quando l'ago è a metà della spirale, poi diminuirebbe. La costante di questi strumenti è poco variabile, purchè certamente la molla non varia in elasticità per [illegible] parecchi anni.

Amperometro e voltmetro a molla elettrico di Kohlrausch. Sono la bilancia di Becquerel, a molla, come in figura. Il nucleo T è tuboforme, è guidato da un'asta fissa A. Ha il vantaggio di sentire assai poco le influenze dei campi magnetici esterni e di costar poco.

Elettrodinamometri di Siemens.

Costano poco, sono di uso comodo: servono anche per misure scientifiche. La lettura si fa sempre per riduzione allo 0 facendo rotare il sostegno di una molla a spirale che produce una coppia antagonista. La spirale è costituita da un solo filo, portato da una molla a spira della quale si sposta il sostegno. Si hanno i moltiplicatori;

una di filo grosso e corto per correnti di gran forte intensità, l'altra di filo sottile e lungo per correnti di piccola intensità, da 5 a 15 ampère con questo, da 15 a 50 per il 1°. — Le spirali fissa e mobile sono sempre collegate in serie. Attaccando i reofori ai morsetti 1 e 3 si inserisce la spirale grossa; se i reofori si attaccano in 2 e 3 si inserisce la spirale sottile.

Spirale mobile
Hg
m
n
Hg
1
2
3
Attacco spirale grossa
Attacco spirale sottile

La spirale mobile è sospesa ad un filo di seta; una spirale da la coppia direttrice; la lettura si fa con riduzione a zero; lo strumento è proporzionale al quadrato dell'intensità, se ben costrutto. — Serve come tutti gli elettrodinamometri anche per le correnti alternative.

Detto δ l'angolo deviato, A la costante per la spirale grossa, a per quella di filo piccolo, si ha

$$i = A\sqrt{\delta} \quad \text{o} \quad i = a\sqrt{\delta}$$

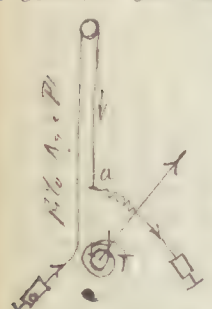
La costante data dalla casa Siemens è sempre assai ben determinata. È notevole che anche dopo ~~molti~~ alcuni anni la costante non varia sensibilmente, in 3 o 4 anni non supera che il 3%. — Per correnti forti lo strumento serve per correnti forti; la lettura è più esatta verso la metà della graduazione; col filo sottile ciò corrisponde a correnti fra 8 a 10 Ampère: sperimentando bene si può avere un errore (su correnti costanti) di 0,5%.

Per correnti inferiori a 5 ampère si avrebbe l'inconveniente dell'effetto notevole in tal caso degli attriti dei capi del filo della spirale mobile nelle coppe ~~di mer~~ piene di mercurio m, n.

Voltometro Siemens. La connessione fra le spirali fissa e mobile è fatta invece che col mercurio con spiraline flessibilissime. La difficoltà di far servire l'elettrodinamometro di Siemens per voltometro è che questo dovendo indicare correnti debolissime all'unica spira mobile bisogna sostituirne una di molti giri sottili; ma allora quando lo strumento si porta in campi magnetici energici, la spirale mobile ne risente la influenza. Il Siemens evitò questi inconvenienti con un sistema astatico

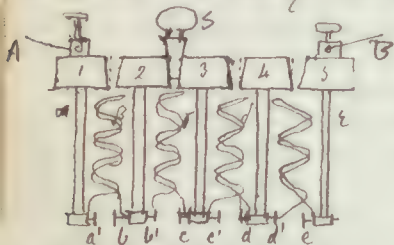
stabiliti da due spirali mobili percorse dalla corrente da misurarsi in sensi inversi

Wattometri. Come elettrodinamometri nei quali una spirale, quella fissa è fatta di filo grosso e corto, l'altra, quella mobile, di filo più sottile; nella spirale fissa si può far passare la corrente che passa nel circuito, nella mobile una corrente derivata dal circuito. La 1ª è inserita come amperometro, la 2ª come voltometro. Allora l'elettrodinamometro dà il prodotto delle intensità della corrente del circuito e nella derivazione di nota resistenza r. Lo strumento dà una grandezza uguale al prodotto della int.° per la diff. di potenziali; e ha quindi il numero dei Watt. — Per correnti continue costanti il Wattometro non è necessario, ma è meglio leggere separatamente gli amperes e i volt. Per correnti alternative l'uso del wattometro è necessario, mentre il prodotto di letture separate può dar luogo ad enormi errori. Il Wattometro è sempre accompagnato da una cassa di resistenze.

Reometri termici. Se ne hanno di utili per la pratica; fra questi più in uso si ha un voltometro termico, che ha il vantaggio oltre che dare indicaz. buone, di servire per le correnti alternative. È il Voltometro di Cardew. Un filo traversato dalla corrente si scalda, si allunga; l'allungamento si trasmette ad un indice.

Da a al tamburo T filo di seta.
La resistenza nel circuito derivato deve essere grande, oltre al filo conduttore che si scalda si dà forte lunghezza.
È necessario che gli accorciamenti e allungamenti dell'astuccio non facciano muovere l'ago; perciò il tubo si fa di ottone e fatto in modo che la dilataz. del tubo sia uguale a quella del filo sotto l'azione della temperatura esterna. — Il riduttore è fatto con filo sottilissimo teso fra due ditali o isolatori. La res. del filo dello strum.° è circa di 300 ohms.

Lezione XXXVII 17-3-90.

Reostati. Sono apparecchi destinati ad introdurre in un circuito determinate resistenze. Servono specialmente per la misura delle resistenze, si usano però in quasi tutte le misure elettriche.

I reostati sono quasi tutti a rocchetti (casse di resistenza). Ogni rocchetto (spirale) rappresenta una resistenza determinata. Si possono inserire nei circuiti per modo da fare diverse combinazioni di resistenza. La disposizione più in uso per le combinazioni è quella ideata dal Siemens. I due capi di ciascun rocchetto sono in tale disposizione collegati con due blocchi metallici situati sul coperchio di ebanite della cassa, fra i quali blocchi si può inserire una spina metallica, che, inserita, costituisce coi blocchi un corto circuito fra i due capi della spira, e tolta, la spirale introduce la sua resistenza nel circuito nel quale è inserita.

1, 2, 3, 4 ... blocchi, S spina, α, β, γ, δ, ε bacchette alle quali sono attaccate le spirali. Spirali di packfong, lega di platino e argento, filo isolato, piegato in doppio e ripiegato a spirale per evitare l'autoinduzione. Le spirali sono collegate alle sbarre come in figura. Si hanno tante spine quante sedi; quanti i blocchi meno 1. Se in tutte le sedi si hanno le spine, si ha una resistenza minima. Se si toglie la 1ª spina si introduce la spirale a'b nel circuito. Se si toglie la 2ª si introdurrà la b'c ... etc. Si può poi combinare le varie spirali in gruppi, e così avere in disposizione con un numero limitato di rocchetti un gran numero di resistenze di valore. —

Le serie di resistenze più usate sono due; una per fare le resistenze da 1 ad x con differenze di 1 unità. Si ha ordinariamente

1 2 2 5 10 20 20 50 100 200 200 500
1000 2000 2000 5000. — Con questi 16 rocchetti si possono fare le resistenze da 1 ad 11110.

Tabella si aggiunge un'altra ~~unità~~ rocchetto 1 per comodità di alcune misure.

Un'altra serie è la seguente

1, 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40, 100, 200, 300, 400, 1000, 2000, 3000, 4000

anche col questo si arriva a 11110.—

Questo metodo gode molto favore, specie in Germania: il vantaggio sulla prima è di avere 4 resistenze che si possono fare ~~con~~ togliendo una sola spina, per ogni serie, anziché 3 come nella prima: il vantaggio è però insignificante.

Per alcuni usi non occorre di ~~più~~ far variare entro limiti così estesi, e con differenze uguali. Si hanno allora cassette ridotte: in parecchi strumenti di misura oltre ~~la cassa~~ che della cassa con le serie descritte, ~~[illegible]~~ sono dotati di altre speciali resistenze.—

I numeri messi vicino alle spine indicano la resistenza che si introduce togliendo la spina.

Si ha un'altra disposizione che si trova usata in apparecchi scientifici, ed anche in reostati graduati per gli impianti industriali

Ogni fila serie di blocchi riceve le estremità di rocchetti di uguale resistenza, con disposizione come nel sistema precedente. Si hanno perciò i fila di 9 spine da 1 ohm, 9 di 10 ohm ...

Con 1 spina per ogni linea si fa la ~~distanza~~ combinazione da 1 ad n per unità. Questo è il sistema per decadi. Questa disposizione fu applicata con una disposizione speciale detta a disco dalla casa Elliot di Londra. Dieci blocchi disposti a circolo, con la solita connessione di spirali. La corrente entra nel blocco 0 ed esce dal disco centrale D. A seconda della posizione della spina si introducono resistenze da 0 a 9.

Parecchie decadi saranno congiunte come in figura (a)

La lettura con questi apparecchi è assai

più comoda di quella dei Siemens. Però la disposizione è più costosa perchè richiede un maggior numero di rocchetti. ~~[illegible]~~

Per formare le resistenze da 1 a 11110 occorrono invece di 16, 40 rocchetti.

La disposizione delle decadi a dischi può essere modificata, sostituendo invece di una spina, per variare i contatti, una manovella fissata nel centro del disco. — Per apparecchi ~~[illegible]~~ questa disposiz. ha il difetto che è difficile avere buoni contatti; è invece assai buona per gli apparecchi graduatori, ove, per regolare le correnti, occorre di poter agire rapidamente.

Si ottengono, introducendo resistenze che si possono far variare per gradi insensibili. Si può variare questa disposizione, facendo scorrere un contatto mobile sopra un semplice filo disteso. Questa disposizione è comodissima per alcune misure. Il filo può essere rettilineo, o piegato a [illegible], o avvolto a spira su un tamburo isolante, il contatto si fa con una rotellina scorrevole parallelamente all'asse del tamburo di avvolgimento. — Difficilmente però con queste disposizioni si introducono resistenze ben note, perchè i contatti mobili introducono resistenze variabili e non sempre trascurabili. — Riescono invece utilissime quando la resistenza variabile ha solo scopo di far variare il rapporto fra le resistenze dei due tratti di filo separati dal contatto mobile. I reostati nei quali si fa variare la resistenza con un contatto mobile scorrente su un filo teso si dicono reocordi.

Avvertenze sull'uso dei reostati

1° La resistenza delle spirali essendo una funzione della temperatura; le resistenze che si introducono corrispondono quindi alle indicazioni scritte quando si opera alla temperatura alla quale fu tarato lo strumento, che si trova indicata nei buoni strumenti. Conviene avere pure una disposizione per misurare la temperatura nello

interna della cassa. Il platino è il più usato, il coefficiente di temperatura è circa 0,00037. Detta r_t la resistenza a t durante l'operazione, r_T a T di campionamento si ha

$$r_t = R_T [1 + 0,00037 (t - T)]$$

2°. Non mandare nelle strumento correnti troppo intense, da dare riscaldamento sensibile del filo, perchè la struttura del filo e quindi la resistenza varia. Migliori sono quindi gli strumenti di grandi dimensioni, fatti con filo relativamente grosso. In ogni caso è sempre buona regola disporre gli apparecchi per modo che la corrente s'abbia a mandare possibilmente solo per pochi istanti nei reostati. — I reostati costano da 400 a 1400 Lire a seconda delle estensioni e della costruzione.

3° Evitare che le spine coi loro contatti oppongano resistenze paragonabili a quelle dei fili!! Quindi le spine devono esser ben pulite. Si ottiene mettendo a posto le spine, girandole leggermente senza però conficcarle troppo. — Bisogna ricordare che nelle distribuz. di Siemens tutta la somma delle resistenze della spine in posto entra ad aggiungersi nella resistenza del circuito, e può essere notevole. — Sotto questo aspetto il sistema a decadi, che ha poche spine, è preferibile.

Lezione XXXVIIII 19 – 3 – 90

Strumenti elettrostatici o Elettrometri

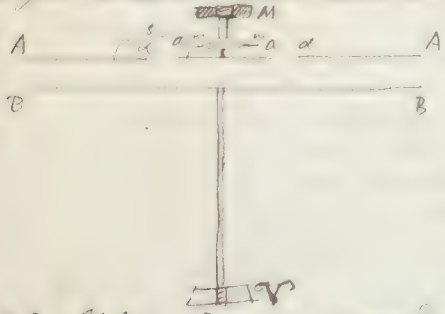
Quantunque già noti da molto tempo, non divennero pratici se non per opera di William Thomson. — Ne descriveremo due.

Elettrometro assoluto. La differenza di potenziale viene misurata con l'attrazione F che un disco di grande diametro elettrizzato, esercita sopra una porzione S determinata di un altro disco parallelo, distante D, elettrizzato a potenziale diverso. Ricorderemo che la forza F è data da

$$F = \frac{S}{8\pi}\left(\frac{V_1 - V_2}{D}\right)^2$$

$$V_1 - V_2 = D\sqrt{\frac{8\pi F}{S}} \qquad (1)$$

Si può avere $V_1 - V_2$ determinato in unità assolute elettrostatiche,

è necessario avere due superficie elettrizzate abbastanza grandi perché si possa considerarle indefinite rispetto ai punti centrali.
Nell'elettrometro di Thomson si hanno due dischi: AA fisso, BB portato da un'asta verticale che si fa ~~muovere~~ [illegible] con una vite. La parte centrale aa di AA è di AA staccata dal resto di AA, comunicante con una piccola spira flessibilissima s. aa è sostenuta da tre mollette non portate da un'asta di vetro finita a vite che si muove con una madrevite M, che serve a portare aa nel piano di AA.

(N.B. Il disco B [illegible] si riconduce nel piano di AA girando la vite V.)

Se aa è attratto verso BB le molle si allungano e aa esce dal piano di AA: girando M si può riportarlo in questo piano: il numero dei giri che deve fare M per riportare aa nel piano AA sarà proporzionale alla forza agente. Se si tara lo strumento col mezzo di pesi caricati su aa, si avrà la misura della forza in determinate unità. aa è fatto talmente piccolo rispetto AA da poter essere considerato come parte di un piano elettrizzato indefinito. All'anello AA di A Thomson dà il nome di anello di guardia. — Si vede subito come con questo strumento si possa misurare $V_1 - V_2$ con la formola (1).
Una misura esatta non si potrebbe fare nel modo descritto, perché è impossibile avere i dischi ~~fissati~~ piani abbastanza perché D, che deve essere sempre piccola, sia misurata esattamente. Perciò Thomson misura variazioni di D. Mantiene AA a un potenziale V costante, molto grande; mette BB in comunicazione prima col corpo a V_1, poi con quello a V_2, determina $V_1 - V$, $V_2 - V$ e quindi deduce $V_1 - V_2$.
Mette BB a V_1 e riconduce

$$V_1 - V = D_1 \sqrt{\frac{8\pi F}{S}}$$

Poi ~~[illegible]~~ M mette BB a V_2 e senza muovere ~~V~~ M riconduce ~~[illegible]~~ BB aa nel piano

dovuto alla sospensione bifilare.

Momento della coppia deviatrice. Nella posiz. di equilibrio, l'ago si dispone simmetricamente rispetto ad una delle fessure. – L'ago e una qualunque delle coppie costituiscono un condensatore ad una delle quali l'ago e una detta coppia di quadranti sono le armature. Nel condensatore $CC'AA'$ la diff. di potenziale è $V-V_1$, nel condensatore $CC'BB'$ è $V-V_2$. – La distribuzione dell'elettricità sull'ago è certamente con grande approssimazione uniforme nei punti non vicini al contorno dell'ago e del quadrante. Vicino a questi contorni la distribuz. è assai lontana dall'uniformità (regioni a distribuzione irregolare). Se l'ago si sposta queste regioni restano, per piccole deviazioni, praticamente invariate: la distribuz. irregolare negli spigoli dei quadranti resta pure senza modificarsi; invece la regione a distribuz. regolare dell'ago ha una grandezza angolare che varia con le deviazioni, senza variare di densità. Sia $d\omega$ tal variazione: la deviazione ha per effetto di far variare la capacità dei condensatori di $C d\omega$, essendo C una costante; se l'ago devia da A verso B, la capacità di $AA'CC'$ diminuisce di $C d\omega$, quella di $BB'CC'$ aumenta da $C d\omega$. Se C_1 e C_2 sono le capacità di questi condensatori, si avrà

$$dC_1 = -C d\omega \qquad dC_2 = C d\omega$$

L'ago devia di $d\omega$, se M è il momento della coppia deviatrice, il suo lavoro è $M d\omega$; intanto la energia del sistema è variata: se i potenziali come è il caso, restano invariati, l'aumento di energia deve essere uguale ad $M d\omega$, se W è l'energia del sistema si ha

$$M d\omega = dW \qquad (1)$$

Ora W è la somma delle energie dei due condensatori. L'energia di un condensatore di capacità C, fra le armature dei quali si ha $V'-V''$ è $\frac{1}{2} C (V'-V'')^2$. Se $V'-V''$ resta costante, la energia non può variare che per variare di C, e l'incremento sarà $\frac{1}{2}(V'-V'')^2 dC$.

Nel nostro caso quindi si avrà

$$dW = \frac{1}{2}(V-V_1)^2 dC_1 + \frac{1}{2}(V-V_2)^2 dC_2$$

e sostituendo

$$dW = \frac{C}{2}\left\{(V-V_2)^2 - (V-V_1)^2\right\} d\omega$$

Sostituendo in (c) e togliendo due fattori comuni, si ha

$$M = \frac{C}{2}\{(V-V_2)^2 - (V-V_1)^2\}$$

Negli strumenti di Thomson δ deviazione, ma se queste son piccole si possono ritenere proporzionali a M, se K è una costante che comprenda anche C si ha

$$\delta = \frac{K}{2}\{(V-V_1)^2 \mp (V-V_2)^2\}$$

sviluppando i quadrati e semplificando si ha

$$\delta = \frac{K}{2}\{V_1^2 \mp V_2^2 + 2V(V_1-V_2)\}$$

$$\delta = K(V_1-V_2)\{V - \frac{V_1+V_2}{2}\}$$

Sotto questa forma la formula è facile a ricordare. Il Thomson fa V grandissimo e costante (elettrizza l'ago con macchine elettrostatiche) per modo che V_1+V_2 sia trascurabile. Allora si ha

$$\delta = K(V_1-V_2)V \quad (a)$$

Se V si tiene costante si può dire che δ è proporzionale alla ~~gran~~ differenza dei potenziali. Però per operare così bisogna provvedere lo strumento di mezzi per mantenere abbastanza costanti potenziali assai forti nell'ago, come fu descritto per l'elettrometro assoluto. (Elettr.° assoluto £ 2000, elettrometro a quadranti £ 1200)

Per la pratica si hanno strumenti semplificati e meno costosi; meno sensibili ed altresì più comodi per l'uso. Descriveremo l'

<u>Elettrometro di Mascart.</u> (costruito da Carpentier)

Il filo di zavorra porta lo specchio e serve per la comunicazione col morsetto. Dentro la scatola dello strumento si tiene un bicchierino con H_2SO_4 a 66°, che serve ~~anche~~ per mantenere secca la atmosfera; il filo di platino pesca nell' ~~bicchiere~~ H_2SO_4; in esso pesca il filo che viene dal morsetto. Il filo ~~term~~ di platino termina nel bicchiere con due alette che servono di smorzatori. La cassa metallica esterna serve di schermo elettrostatico. Però con questo apparecchio è necessario usare l'elettrometro in modo diverso da Thomson. Il Mascart ~~non~~ fa sì che $V_1 = -V_2$ sempre. Perciò si usa una pila di un numero pari di elementi; il punto di mezzo è posto in comunicaz. con la terra, gli estremi ~~è posto~~ in comunicaz. con ciascuna coppia di quadranti: se gli elementi sono uguali V_1 e V_2 sono uguali, di segni contrari onde si può usare

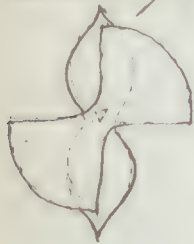
la (a). Ma allora ~~per le misure~~ si ha libero per le misure il solo movimento dell'ago, ossia quello che si misura: per misurare una differenza di potenziale è necessario quindi fare due letture. La sensibilità dello strumento si fa variare facendo variare $V_1 - V_2$ usando un numero maggiore o minore di elementi. — Il metodo è meno esatto di quello di Thomson, però è assai più comodo.

Invece di operare alla maniera di Mascart, si può stabilire permanentemente una comunicazione fra l'ago e una coppia di quadranti, p. es. A;
Allora $V = V_1$, e quindi la formola si riduce a

$$\delta = K(V_1 - V_2)\frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{K}{2}(V_1 - V_2)^2$$

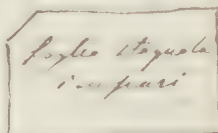
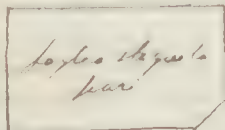
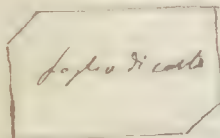
Allora δ è proporzionale al quadrato della differenza di potenziali. Però allora non si ha sempre sufficiente sensibilità. Inoltre δ è indipendente dal segno di $V_1 - V_2$; onde la deviazione non ~~muta~~ muta di segno per mutare di segno di $V_1 - V_2$ (differenza di potenziali alternativa). Serve come elettrodinamometro per le correnti alternative. — L'idea di tale uso dell'elettrometro di Mascart si deve al prof. Joubert di Parigi (1882).

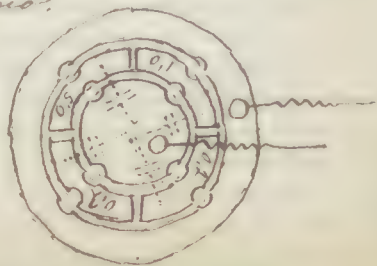
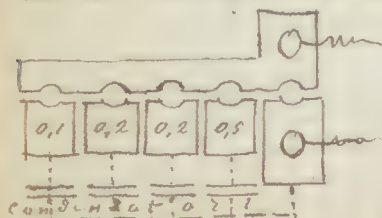
Il Thomson si servì del principio dell'elettrometro a quadranti per alcuni strumenti industriali, per impianti ove si hanno macchine a grandi potenziali.

Voltometro elettrostatico di Thomson. Una sola coppia di quadranti fatti con lastre parallele, fra cui l'ago portato da due coltelli di bilancia, che porta un indice. L'ago si mette in comunicazione con uno dei due punti fra i quali si vuol misurare la diff. di V, i quadranti con l'altro. La coppia direttrice è un piccolo peso che si può anche cambiare (28 mmg, 84 mmg, 386 mmg) per variare la sensibilità dello strumento. Col peso più piccolo ogni divisione della scala corrisponde a 50 volt. Si può arrivare a 300 volt. — Con 2° peso 1° corrisponde a 100, col 3° a 200 volt — Volendo usare l'apparecchio per alti potenziali si deve ben aver precauzione per la sicurezza dell'ago. ~~La comunicazione~~

Lezione XXXII 21-3-90

Condensatori

È importante in alcuni casi avere un condensatore di capacità conosciuta. (1 microfarad, 1/2, 1/3 microfarad) Sono ordinariamente fatti con molti fogli di stagnola isolati con la mica di mica o fogli di carta paraffinata. I fogli di stagnola di ordine impari sono collegati fra loro e così quelli di ordine pari: costituiscono le due armature. Per un condensatore di mica con spessore di 1/10 mm di isolante si avrebbe una superficie di condensatore di 11 m²: colla mica basta circa 2 mq, per carta paraffinata 3–4 m².

Condensatori a mica. Sono i più cari ma i migliori perchè il potere induttore specifico della mica è relativamente costante. Anche i fenomeni dovuti alla penetrazione della carica, sono meno considerevoli col mica che con la paraffina. Per usare il condensatore si ha una spina che serve a far comunicare i morsetti cui sono tese le due armature. 1/2 microfarad circa. Condensatori a carta paraffinata. Carta spessa un mm. I fogli isolanti hanno la forma in figura

Un condensatore di 1 microfarad costa circa 60 L. Scatola contenente più condensatori, o condensatori graduati. Si fanno scatole contenenti 1/10, 2/10, 2/10, 5/10 di microfarad, che si possono combinare in modo da avere condensatori fino a 1 microfarad di decimo in decimo.

Apparecchi accessori (per i manipolatori)

Servono a stabilire interrompere o modificare prontamente e comodamente le comunicazioni fra vari circuiti (interruttori, e commutatori). È possibile una grandissima varietà adatta ai diversi usi.

Distinguiamo: Manipolatori a mercurio; manipolatori a contatti solidi.

I primi sono comodissimi perchè si possono preparare e modificare con mezzi semplici. Si ha un certo numero di bicchierini con mercurio nei quali pescano le estremità dei conduttori; questi si fanno comunicare con dei piccoli archi conduttori le estremità dei quali si fanno pescare nei bicchierini cui mettono capo i conduttori che si vogliono mettere in comunicazione. Si usa ordinariamente per gli archi filo di rame che si amalgama, riducendo le resistenze.

Manipolatori a contatti solidi — Sono: a) a contatto strisciante; b) a caviglie; c) a leva o tasto.

a) Si usa specialmente per applicaz. industriali per correnti di grande intensità. È una alidada metallica comunicante con un morsetto, che può venire a contatto con parecchi pezzi metallici isolati muniti di morsetti. Spesso perchè il circuito non si rompa mai, come è necessario per correnti di grande intensità, si dispongono le cose in modo che l'alidada non abbandoni un blocco senza aver incontrato il successivo; più le si tagliano di sbieco le estremità dei blocchi.

b) Tutte le casse di resistenza: [illegible] ne danno un esempio. Per combinare 3 conduttori in tutti i modi si ha la disposizione della fig.

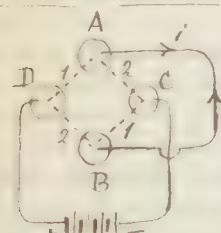
A questa classe appartiene il commutatore Svizzero, specialmente usato in telegrafi. I conduttori mettono capo a due sistemi di verghe parallele, disposte una perpendicolarmente all'altra. Con delle spine si può combinare svariatamente i circuiti.

c) Una o più leve metalliche tenute sollevate da molle; premendo le leve si può stabilire una

comunicazione metallica.

Il vantaggio di questi è la rapidità del maneggio

Interruttori. Sono i più semplici
(~~commutatori~~) Interruttori a mercurio, a contatto strisciante, a leva, a spina

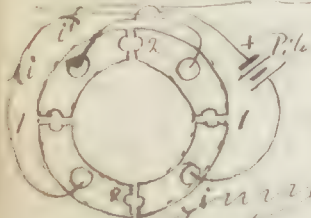
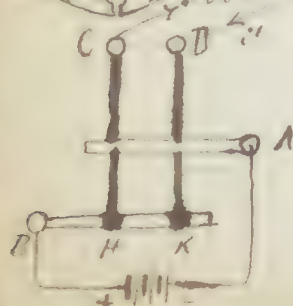
Commutatori. Fra questi sono molto usati gli invertitori, destinati a invertire il senso della corrente in un circuito.

Invertitore a mercurio. Il circuito nel quale si vuol fare la inversione mette capo in A e B; i reofori della pila in D e C. Si hanno le correnti circolanti secondo i se si pongono gli archi nella posizione 1, per due circoli secondo i' si mettono gli archi nella posizione 2.

A D C B i i' 1 2 + −

Commutatore invertitore a contatto strisciante. (di Ruhmkorff) Un cilindro isolante porta due guscie metalliche isolati comunicanti coi perni del cilindro, metallici, ai cui sopporti si attaccano i reofori del generatore di corrente. Il cilindro si fa girare in mezzo a due molle comunicanti con due morsetti; e a seconda della posiz. del cilindro questa comunica con l'una o con l'altra delle molle.

Comm.e invertitore a spine.

Posizione spine 11, corrente i, posizione delle spine 22, corrente i'

i' i 2 1 + Pila C D A B H K + −

Invertitore a tasto. Sono quelli che si usano più comunemente.

Due verghe parallele rigide A e B con due morsetti A e B; due leve a molla di pulsi- morsetti C e D, che battono sotto A, sopra B. Quando non si premono le molle si portano a contatto con A, quando si premono sono staccate da A e portate contro B. A e B comunicano colla pila, CD col circuito.

Se ambidue le leve sono sollevate non si ha corrente, se si abbassa la leva DK si ha la corrente i, se si abbassa CH si ha la corrente i'. Per rendere permanenti le correnti si hanno dei piccoli boccinoli isolanti che servono a tener fissa l'una o l'altra delle leve contro la verga A.

Tasti o chiavi di corto circuito. Servono a mettere in corto circuito conduttori ove esistono grandi forze elettromotrici o correnti, in modo da evitar apparecchi sensibili; ogni apparecchio ne è munito, e per togliere il corto circuito è necessario premere un tasto, che quando sta sollevato, automaticamente introduce il corto circuito.

Nella posizione AB della leva il galvanometro è escluso; se la leva è in B' il galvanometro è in circuito.

Tasto telegrafico Morse. Vedi figura. — Per tasto di corto circuito si usano i morsetti C e B: per tasto interruttore C e A.

Il tasto Morse serve anche come chiave di scarica.

Sono dette chiavi di scarica gli apparecchi destinati a caricare un condensatore e poi scaricarlo traverso un galvanometro.

Si dispongono i circuiti come in figura: per la carica si preme la leva, per scaricare il condensatore traverso il galvanometro si lascia andar la leva. Si hanno però tasti di scarica speciali per determinare la capacità elettrostatica dei cavi telegrafici sottomarini o sotterranei, costituiti da un'anima conduttrice coperta da strati isolanti, rivestiti da un'armatura metallica di rinforzo: se questa è a contatto con la terra onde si ha un condensatore del quale si ha bisogno di conoscere la capacità. Perciò è necessario prima di fare la scarica di

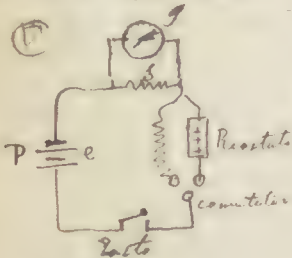
188] lasciare isolate le due armature per un certo tempo per dar tempo alla carica di distribuirsi; ciò per poter fare le esperienze comparabili (il tempo di interruzione è determinato con regole empiriche. Citeremo la Chiave di scarica di Sabine. Il tasto è analogo al Morse; vi è solo una posizione intermedia, nella quale la leva si ferma per mezzo di un uncino speciale.

Lezione XL 24-3-90

Metodi di misura

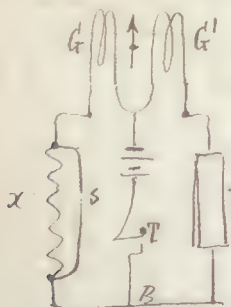
Parleremo solo di misure relative.

Misura delle resistenze

Si deve paragonare una resistenza con un dato campione. Si hanno numerosissimi procedimenti: il più semplice è il metodo di sostituzione consistente nell'inserire in un circuito insieme a una pila e a un galvanometro la resistenza incognita, leggere la deviazione, poi sostituire un reostato del quale si fa variare la resistenza fino a ottenere la deviazione di prima.

La schema della disposizione dei circuiti è quella della fig., se non si riesce a trovare col reostato la stessa deviazione δ ottenuta con la resistenza incognita, si avranno due deviazioni δ_1 e δ_2 fra le quali δ è compreso. La determinazione della resistenza se si potrà fare una interpolazione ammettendo fra δ_1 e δ_2 proporzionali le indicazioni dello strumento.

Si hanno inconvenienti: x non si può aver preciso perchè il reostato varia per gradi; ed il difetto principale è quello di richiedere una costanza assoluta della e ed r della pila. Ciò non si può sempre ammettere. A questi inconvenienti si può ovviare nel fare simultaneamente le due letture, se si hanno a disposizione due galvanometri eguali; ma siccome non è facil.

-le possibile avere due galvanometri eguali, si usa un galvanometro di con due spirali, galvanometro differenziale.

Metodo del galvanometro differenziale. Con lo schema seguente la corrente circola in direzioni opposte nelle due spire G, G'. Bisogna prima aver verificato che le due spirali percorse dalla medesima corrente diano le identiche deviazioni: si fa circolare la stessa corrente nelle due spirali in senso inverso, l'ago non deve deviare.

Verificato il g. si comincia ponendo x mettendola in corto circuito, poi si chiude T, in generale l'ago devia, però introducendo una resistenza in BRG' una resistenza tale che si riconduce l'ago a 0. — Ciò fatto si toglie il corto circuito S, si introduce allora x; se si preme T l'ago devia: se si introduce con R una resistenza R tale che l'ago ritorni a 0, si avrà la misura di x.

$$x = R$$

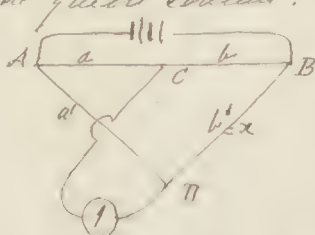
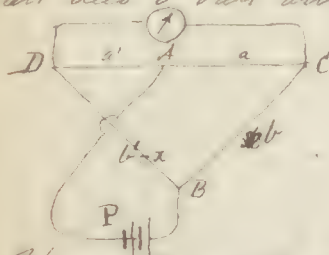
Il procedimento richiede che le costanti dei moltiplicatori G e G' siano eguali fra di loro. Non è possibile avere un galvanometro differenziale ~~di tale~~ perfetto. In caso diverso bisogna ricorrere ad artifizi analoghi a quelli della doppia pesata che si fanno nelle bilancie, e come per queste in due modi: 1° Messa in circuito x ed R si introduce con R tanta resistenza da avere deviaz. 0; si toglie x e si sostituisce un reostato per mezzo del quale si introduce tale resistenza R da ricondurre il galv. a 0. È x = R.

~~[illegible]~~ 2°. In C un commutatore ~~[illegible]~~ invertitore in modo da poter mettere x ed R in comunicazione sia con G sia con G'. Si ~~fanno due inversioni~~ dapprima x con un corto circuito ed in R si pone una resistenza tale da avere l'ago a 0, allora detti m ed n le costanti di G e G', a e b le resistenze di Ga, G'R, si ha: $ma = nb$. Introducendo

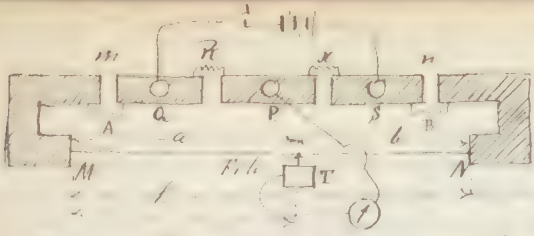
che si stacca per le comunicazio-ni — Talvolta si ha anche l'unità, ma è bene evitar di usarla.
Conviene nelle misure del ponte perchè l'app.io abbia la > sensibilità possibile che a, a', b, b' siano del medesimo ordine di grandezza, onde è bene fare $a':a = 1$ o poco diverso da 1. Se è necessario ricorrere ad $a':a < 1$, o $a':a > 1$ si sceglierà sempre la combinazione delle resistenze a' ed a per le quali a, a', b sono le meno differenti possibile di quella che si vuole misurare. — Bisogna considerare in quale diagonale conviene met-tere il galv. in quale la pila: il calcolo dimostra che: la maggiore sensibilità si ha ponendo il galv. in una della diago-nale dal vertice ove convergono le due r più grandi a quello di cui convergono le due di minori resistenza, nella diagona-le di massima resistenza; ciò perchè per effetto delle correnti si generano corren-ti termoelettriche che potrebbero falsare le misure se il galvanometro non ha resistenza già forte. — Conviene non chiudere i tasti per le operazioni preliminari. — Se poi si hanno conduttori di forti autoinduzione bisogna chiudere il tasto della pila prima di chiudere quello del galvanometro perchè non senta la corrente dovu-ta alla forza elettromotrice d'induzione generata all'atto della chiusura del tasto del-la pila. — Se non si hanno a temere gli effetti di selfinduzione conviene chiudere prima il tasto del Galvanometro e maneg-giare quello della pila, per far passare lungamente la corrente nel reostato. Si deve cercare di tenere in circuito la pila per il minor tempo possibile.
Si può avvertire la esattezza dell'operazione, ottenuto l'equilibrio, aggiungendo o togliendo una unità, e verificare che si hanno oscilla-zioni in senso opposto nel galvanometro. Se si vede che per avere uno equilibrio bisogna far variare b di 10, bisognerà mutare se si può

Lezione XLI   26-3-90.

Nella pratica il principio del ponte di Wheatstone si può applicare in modo un po' diverso da quello descritto. Invece di scegliere il rapporto a/a' e far variare il lato di paragone, si può scegliere questo fisso e far variare il rapporto dei lati di proporzione finché si sia ottenuto l'equilibrio. Questo procedimento in alcuni casi permette di fare l'operazione con grande esattezza e speditezza. Si presentò l'idea di adoperare per le resistenze di proporzione un solo filo che si divide con un contatto mobile. Se il filo è calibrato e omogeneo il rapporto a'/a si può fare determinando un rapporto di lunghezze. In tal modo il ponte viene rappresentato dall'uno o dall'altro di questi schemi:

(13)

Il metodo è più comodo: inoltre mentre nelle ~~resistenze~~ cassette la variaz. della resistenza è saltuaria, nel filo unico con il contatto mobile la variazione si può fare continua.

Questo procedimento devesi al Kirchhoff (1857) ma chi lo pose in pratica fu il Thomson. Si hanno apparecchi speciali per l'uso di questo procedimento detti: ponte a filo teso. — Nella forma ordinaria si ha un filo lungo 1m circa; il cursore scorre lungo un regolo graduato, spesso con doppia graduazione in senso inverso per comodità. Per conservarlo bene, il filo il cursore non deve spremere il filo quando si trasporta; il contatto è fatto con un coltello di Pt. che si solleva quando si trasporta il cursore: questa disposizione serve anche come tasto interruttore. I capi si attaccano a verghe metalliche di resistenza minima, che mettono capo a pezzi metallici come in fig. Tra le lamine O.PS ...

m R x n
Q P S
A a b B
M Filo T N

possono stabilire comunicazioni metalliche; esse sono però isolate. Si chiudono gli intervalli m, n in R si mette una resistenza nota, in x la resistenza da determinare. Supponendo di voler usare la disposizione (B) spesso la più conveniente, si dispongano le cose come in fig. Si avrà $x = \frac{b}{a}R$. Se si ha una tale graduazione a partire da M si avrà $x = \frac{l-\delta}{\delta}R$. Sarebbe facile dimostrare che la migliore condizione per avere il minimo errore è che $a = b$, $\delta = \frac{l}{2}$. L'errore può essere grandissimo se il contatto si deve fare verso l'estremità del filo. Ciò vuol dire che il metodo serve bene quando x e R differiscono di poco, $\frac{x}{R}$ è prossimo ad 1.
Purché la resistenza da misurare non differisca troppo da quella del filo.
Si può però complicando un po' l'apparecchio e il procedimento far servire l'apparecchio per misure quando $\frac{x}{R}$ differisce notevolmente da 1. A ciò servono m ed n fra le quali si possono introdurre due resistenze A e B. Allora $\frac{x}{R} = \frac{B+b}{A+a}$. Si può scegliere A e B per modo che a e b non abbiano ad essere troppo differenti fra loro: però bisogna poter esprimere A e B in unità uguali a quelle di a e b; quindi è necessario conoscere la resistenza in ohm di una data lunghezza di MN (filo). Questo si può sempre conoscere in un laboratorio con una cassa a ponti già descritta nella lez. precedente, oppure servendoci di un campione di resistenza. Si può operare in vari modi: mettere in x ed R due resistenze uguali (~~[illegible]~~ senza per procurarsi queste due resistenze uguali l'apparecchio stesso), stabilire l'equilibrio del ponte: se le due resistenze sono uguali il tasto T deve far contatto ad l/2. Allora si inserisce in n il campione di resistenza B e si cerca la posizione nella quale si deve portare T per avere l'equilibrio: $\frac{x}{R} = 1$, $A = 0$ quindi

$$1 = \frac{B+b}{a} \qquad \therefore a - b = B$$

Si ha quindi la resistenza in ohm della lunghezza a-b di filo. — Si può anche mettere in x e R due [illegible] qualunque, in A e B due noti e fare la esperienza combinando le resistenze in modo da avere

tante equazioni quante incognite si hanno a determinare.

Un buon impiego del ponte a filo teso è di combinarlo con un ponte a spine per far variare la resistenza ~~con~~ continuamente.

Sarebbe utile avere un ponte con un filo teso di resistenza notevole, ad una o filo lungo avvolto ad elica su un tamburo girevole isolante. La lunghezza di filo si misura ~~con~~ contando i giri e frazioni di giro del tamburo.

Si può anche far uso di una serie di rocchetti messi in serie e far scorrere il contatto mobile ~~sui~~ una serie di blocchi cui mettono capo le spire dei rocchetti. La resistenza varia per ~~[illegible]~~ salti, ma la lettura si può fare assai più rapidamente che con le casse a spine. Così erano costrutti gli strumenti inventati da Thomson per la posa dei cavi sottomarini, nella quale operazione le letture si devono fare a brevissimi intervalli (anche di 20" in 20").

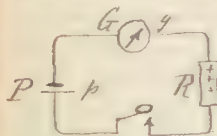
Galvanometro universale di Siemens, l'istrumento è un ponte a filo teso e contatto scorrevole, occupa pochissimo posto. Il galvanometro è ad aghi astatici e a lettura diretta; le resistenze sono disposte nel piede; quelle di paragone consistono in una serie di tre rocchetti con uno comune, colle il galvanometro (10, 100, 1000 ohm) che mettono in capo a blocchi con spine; quelle che sono a posto mettono il rocchetto corrispondente in corto circuito. Per resistenze paragonabili ad 1 ohm serve una piccola spirale che termina con due mezze spine isolate, che si può inserire nella sede della spina del blocco 10; la resistenza complessiva dei due rocchetti posti in derivazione, (il quello 10, l'altro della piccola spirale) è di 1 ohm. Si ha da $R = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$. Dovendo essere $R = 1$, posto $r_1 = 10$ si trova $r_2 = \frac{10}{9}$ di ohm. — Le resistenze di proporzione sono rappresentate da un filo di Pt iridiato teso sul contorno di un disco di ardesia, sul quale è fatta una graduazione, [illegible] lo 0 a metà lunghezza del filo. Il pezzo di contatto è una rotellina di Pt che è premuta contro il filo da una piccola molla; è portata da una leva [illegible] serve alle comunicazioni. Dinanzi ai ~~[illegible]~~ 5 morsetti per gli attacchi si ha poi un tasto che mette in comunicazione il [illegible]

Se non si ha a disposizione un galvanometro si ricorre a metodi indiretti:

1° Metodo della deviazione. Il circuito si stabilisce come in fig. Siano g la resistenza cercata, p quella della pila. Siano i ed i_1 le intensità della corrente quando nel reostato si introducono le resistenze r ed r_1 rispettivamente. Si avranno le equazioni (detta e la forza elettr. della pila)

$$e=(r+g+p)i \qquad e=(r_1+g+p)i_1$$

donde

$$g(i-i_1)=r_1 i_1-ri-p(i-i_1)$$

e quindi

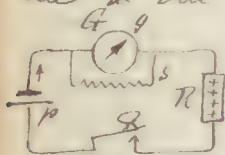
$$g=\frac{r_1 i_1-ri}{i-i_1}-p \qquad (1)$$

Questa equazione è omogenea rispetto ad i,i_1 onde g dipende solo dal loro rapporto. — In generale p si può trascurare rispetto a g. — Se si fa $i=2i_1$ la (1) diventa

$$g=r_1-2r-p$$

e se p è trascurabile

$$g=r_1-2r$$

Metodo delle deviazioni. È uguale al precedente, talvolta si fa uso di uno shunt, e si fanno due letture, la prima col shunt, la seconda senza, introducendo una certa resistenza per modo da avere eguale deviazione che nella 1ª esperienza.

Siano I l'intensità della corrente che traversa G, eguale nei due esperimenti; I l'int. della corrente data dalla pila, e la forza elettr. di questa, r la resistenza del reostato nel 1° esperimento, r_1 nel 2°. — Nel 1° esperimento si avrà applicando la legge di Ohm, e ricordando che la resistenza complessiva dei circuiti derivati s e g è $\frac{sg}{s+g}$

$$I=\frac{e}{r+p+\frac{sg}{s+g}}$$

La intensità della corrente che traversa G sarà

$$i=\frac{s}{s+g}I$$

e sostituendo il valore di I

$$i=\frac{es}{(r+p)(s+g)+sg} \qquad (1)$$

Dal 2° esperimento si avrà

$$i = \frac{e}{r_1 + p + g} \qquad (2)$$

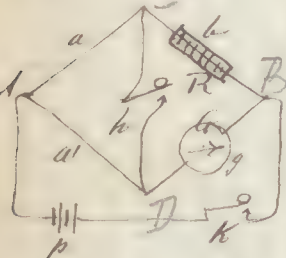
e uguagliando (1) e (2)

$$s(r_1 + p + g) = (r+p)(s+g) + gs$$

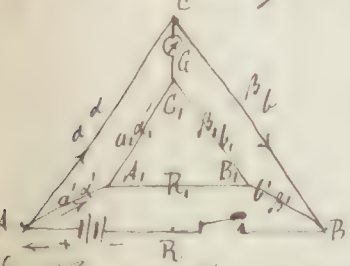
$$s(r_1 + p) = (r+p)(g+s)$$

$$g = s\,\frac{r_1 - r}{r + p}$$

I metodi indicati hanno il difetto di ammettere costanti p ed e, onde possono dar luogo ad errori.

A William Thomson si deve un metodo basato sul ponte di Wheatstone, che non richiede due letture e la costanza di e. La disposiz. dei circuiti è indicata in figura. Se si preme il tasto K si avrà una certa deviazione, se si abbassa h si avrà una deviaz. differente; si modifichi b fino a che abbassando o premendo h il galvanometro non indichi alcuna corrente: si verificherà allora

$$ag = a'b \quad \text{onde} \quad g = \frac{a'}{a}\,b.$$

Il ponte di Wheatstone non dà buoni risultati nella misura delle resistenze assai piccole, perchè vi si sommano le resistenze di collegamento non trascurabili.

Si ricorre al ponte doppio di Thomson. I circuiti son disposti come in figura, le lettere greche indicano le resistenze, le greche le intensità delle correnti. Si potranno proporzionare le resistenze per modo che sul lato CC_1 non vi sia corrente ed il galvan. non devii. In tali condizioni il 1° princ. di Kirchhoff applicato ai vertici C, C_1 si darà

$$\alpha = \beta \quad (1) \qquad \alpha_1 = \beta_1 \quad (2)$$

Detta I la intensità della corrente data dalla pila, lo stesso principio applicato ad A. B darà

$$I = \alpha + \alpha' = \beta + \beta' \qquad (3)$$

quindi per (1)

$$\alpha' = \beta' \qquad (4)$$

200 | Il 2° principio applicato ai perimetri AA_1C_1C, BCC_1B_1, ABB_1A_1 dà

(a) $a'\alpha' = a\alpha - a_1\alpha$

(b) $b'\beta = b\beta - b_1\beta_1$ che si può scrivere

(c) $b'\alpha' = b\alpha - b_1\alpha_1$ per (1)(2)(4)

Dividendo (a) per (c) si ha

$$\frac{a'}{b'} = \frac{a\alpha - a_1\alpha_1}{b\alpha - b_1\alpha_1} \qquad (A)$$

Suppongasi disposte le cose per modo che

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = n \qquad a = nb \qquad a' = nb'$$

allora (A) diventa

$$\frac{a'}{b'} = \frac{nb\alpha - nb\alpha_1}{b\alpha - b_1\alpha_1} = n$$

Per fare l'esperimento si deve usare una pila assai potente o un accumulatore. I lati AC, CB e A_1C_1, C_1B_1 sono costituiti da due casse di resistenza uguali, per modo che togliendo le spine corrispondenti si dividano le resistenze complessive delle due casse in due parti che stanno nel medesimo rapporto; nel punto di divisione si inserisce il G. - Il lato BB_1 si fa con un reostato e si trasporta il contatto fino a ridurre G a zero.

~~Si vede che l'artifizio del metodo consiste nel rendere paragonabili resistenze di ordine assai differenti, ciò che si rende altrimenti impossibile col ponte di Wheatstone.~~

Disposizione di Thomson. BB' reostato. I reostati sono graduati in modo che si possono fare rapporti 1, 10, 100, 1/10, 1/100

Se si sostituisce il galv. agisce come un voltametro (?)

Con questo metodo si possono misurare resistenze assai piccole; le resistenze dei contatti sono trascurabili perchè fanno parte delle resistenze proporzionali che sono assai grandi (?)

La casa Siemens costruisce uno strumento analogo, assai ben combinato per fare confronti. È il Galvanometro differenziale. I circuiti sono stabiliti come in figura. - Chiudendo il tasto poste nelle resistenze b' e b si avrà una deviazione che

Si riduce a zero ~~variando a~~ il galvanometro a zero variando a. Allora le intensità i della corrente che traversa le due spirali (se il galvanometro è esatto) saranno eguali i. Il 1° princ. di Kirchhof applicato ai nodi A e B dà $I = i + J$, $I = i + J'$ quindi $J = J'$. — Il 2° principio applicato ai circuiti $A g A_1$ $B g B_1$ dà

$$a'J = (a+g)\, i \qquad b'J' = b'J = (b+g)\, i$$

dove g è la resistenza i

La resistenza a' da misurare son

Lezione XLIII 11-4-90

Misura delle grandissime resistenze

Si contano a migliaia di megaohm. Usando il metodo del ponte di Wheatstone con correnti piccole gli apparecchi diventano insensibili. Si ricorre dunque a metodi speciali.

Metodo del paragone o della deviazione. È questo di sostituzione modificato convenientemente. Invece di fare gli esperimenti [?] con la medes. pila, e stesso shunt [?], si usano due pile di diversa forza elettromotrice, e con shunt diversi. Si fa un circuito con una pila di e_1, il galv. di uno shunt di potere moltiplicatore m_1 ed una resistenza nota assai grande R: si chiude il circuito e si ha una int. di corrente i_1 cui corrisponde una deviaz. δ_1. Poi si fa un nuovo circuito con una pila $e_2 > e_1$, con uno shunt di pot. molt. m_2 e si ha deviaz. δ_2 con la resistenza cercata x. (g resist. del galvanometro, p_1 della pila)

Nel 1° esperimento si ha

$$m_1 i_1 = \frac{e_1}{R + \frac{g}{m_1} + p_1} \qquad (1)$$

e nel 2°

$$m_2 i_2 = \frac{e_2}{x + \frac{g}{m_2} + p_2} \qquad (2)$$

Dividendo (1) per (2) e trasformando si ha

$$\frac{m_1}{m_2}\frac{i_1}{i_2}\frac{e_2}{e_1} = \frac{x + \frac{g}{m_2} + p_2}{R + \frac{g}{m_1} + p_1}$$ donde

$$x = \frac{i_1}{i_2}\frac{m_1}{m_2}\frac{e_2}{e_1}\left(R + \frac{g}{m_1} + p_1\right) - \left(\frac{g}{m_2} + p_2\right)$$

Se si adopera un galvanometro a specchio [?] e con deviazioni piccole si può sostituire a $\frac{i_1}{i_2}$; $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ e si ha

$$x = \frac{\delta_1}{\delta_2}\frac{m_1}{m_2}\frac{e_2}{e_1}\left(R + \frac{g}{m_1} + p_1\right) - \left(\frac{g}{m_2} + p_2\right)$$

Per misura di grandissime resistenze si può tralasciare $\frac{g}{m_1}$, p_1, $\frac{g}{m_2}$, p_2. Allora

$$x = \frac{\delta_1}{\delta_2}\frac{m_1}{m_2}\frac{e_2}{e_1} R$$

Se x è molto grande, (poichè conviene sia $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ prossimo a 1) si faranno

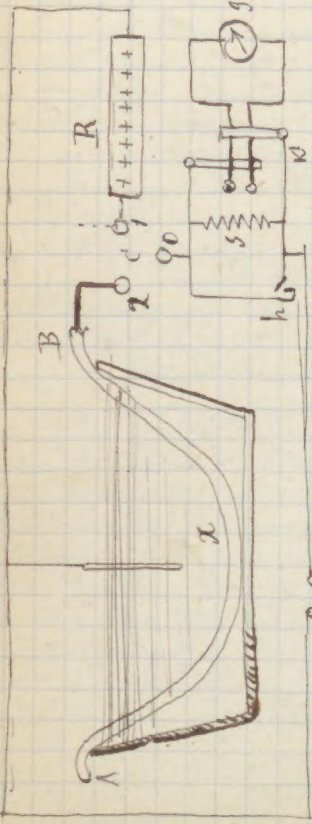
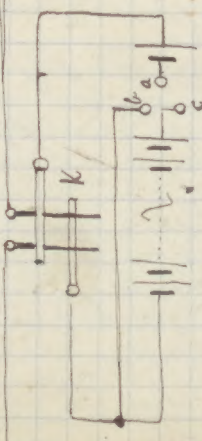
grandi R, $\frac{e_2}{e_1}$ (adoperando nel 1° esperimento 1 elemento nel secondo 100, anche 200.) ed $\frac{m_1}{m_2}$ non adoperando Shunt nel 2° esperimento; se si fa $m_1 = 1$ si ha

$$x = \frac{\delta_1 m_1 \frac{e_2}{e_1} R}{\delta_2} = \frac{C}{\delta_2}$$

Per fare parecchie misure la C si può misurarsi una volta tanto; onde si suol denominare la costante.

Per tale misura bisogna conoscere $\frac{m_1}{m_2}$ ed $\frac{e_2}{e_1}$. La prima si fa misura una volta per tutte. Per $\frac{e_2}{e_1}$ se si vuole solo misurare x per approssimazione, si può ritenere che $\frac{e_2}{e_1}$ sia uguale al rapporto fra il numero degli elementi delle due pile ~~ad~~ adoperate: ciò si avvera però solo se gli elementi sono identici ed in identiche condizioni. Ma se si devono fare misure accurate ciò non si può ammettere a priori. Allora $\frac{e_2}{e_1}$ si determina con esperienze preliminari, servendosi di un conduttore di nota capacità, che si carica successivamente con le due pile, scaricandolo traverso un galvanometro balistico; facendo il rapporto fra gli angoli di impulsione: se si avessero deviazioni assai differenti si può in una delle due far uso di shunt.— ~~Per tali m~~

Per le misure di grandi resistenze si fanno con galvanometri assai sensibili alla Thomson: essi possono servire anche ~~per~~ come galvanometri balistici.

Faremo uno schema semplificato di questa misura trattando del caso di un conduttore isolato del quale si ha da misurare la resistenza di isolamento. Uno dei capi del pezzo sul quale si sperimenta si isola con la massima cura con paraffina, e avviluppandolo; l'altro capo si libera dall'isolante per fare le comunicazioni: il canapo si immerge in una vasca piena di acqua resa conduttrice con un po' di sale.

AB cavo (A estremità isolata)
R resistenza nota
h chiave di corto circuito.
K, K' chiavi di inversione. La seconda fissa, la 1ª a tasti mobili
abc tasto per inserire 1 o tutti gli elementi della pila
0,1,2 tasto per passare dalla 1ª alla 2ª esperienza
S shunt

1° Esperimento. Comunicazione 01 – ~~Regolare il shunt~~ S, si inserisce un solo elemento p ponendo ab, si regola il shunt S e si chiudono i tasti di inversione K e K'; si legge in g la deviazione δ_1. – Si fanno parecchi esperimenti invertendo K (e K' per avere, anche invertendo la corrente deviazioni nello stesso senso)

2° Esperimento. Determinazione di x. (Si toglie il shunt) Comunicazioni 02, ac; verificato che tutto è in ordine si chiude h e si abbassa uno dei tasti K. Si lascia che la corrente circoli d'ordinario per 30"; poi si ~~abba~~ apre h e la corrente traversa g – Dopo 1' circa si legge δ_2. ~~si legge per~~ In questo esperimento il canapo deve comunicare col polo + e l'acqua col –. Si ripete δ_2; poi si lascia riposare l'apparecchio per un'ora poi si ripete l'esperimento invertendo con K la corrente e invertendo pure K' per avere deviazione nello stesso senso di δ_2.

Conviene aspettare ad togliere il corto circuito dopo aver lasciato circolare la corrente per 30" non solo per la solita precauzione, ma anche specialmente perchè in principio del passaggio della corrente, la corrente che traversa ~~[illegible]~~ [illegible] l'isolante è intensa, e la corrente di

del condensatore

carica costituita dall'anima metallica del canapo e dall'acqua sepa-
-rati dall'isolante del canapo. Questa corrente ~~forte~~ guasterebbe il
galvanometro. — Inoltre potrebbe darsi che il canapo che si esami-
-na abbia l'isolante guasto, allora la corrente traversante sarebbe
sempre fortissima. — La misura della resistenza mettendo in comu-
-nicazione successivamente il canapo coi due poli della pila è atta-
nelli: se nell'isolante si ha un poro che si riempie d'acqua col pas-
-saggio della corrente si ha (cioè la) una elettrolisi che ossida l'anima metalli-
-ca del canapo: ~~la [illegible]~~ il canapo comunica col
polo + e se comunica col polo — sul metallo si deposita una
bollicina di idrogeno, onde la resistenza di isolamento ~~appare~~
risulta minore. — Tale doppia misura serve a svelare difetti nello
strato isolante. La distanza fra i due ~~ite~~ esperimenti si fa per lasciar
tempo all'acqua di penetrare: perciò il canapo si lascia alcune [illegible]
ore nell'acqua a 24° circa prima di fare l'esperimento. —

Una misura quale è quella di cui si tratta non darebbe risultati se
se tutti gli apparecchi usati non sono perfettamente isolati: così perchè
nell'esperimento si misura la resistenza complessiva. Si verifica l'iso-
-lamento prima e dopo l'esperimento staccandolo escluso dal circuito
il cavo: si dovranno avere deviazioni se non nulle, minime. — Non tutte
le parti si possono isolar bene: ~~la~~ così la vasca e peggio la pila.
Siccome ~~il galvanometro~~ non è indifferente porre il galvanometro fra
la pila ~~ed il cavo~~ e l'anima del conduttore, o fra la vasca e la
pila. Non si deve ricorrere all'ultima disposizione, perchè sul conduttore
che fa comunicare la vasca con la pila si ha sempre una corrente che
si chiude nella terra e darebbe ~~x~~ deviazioni del galvanometro che potrebbero
anche superare quelle dell'esperimento. —